PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 15. 1. August 1913. Redaktionsschluß für No. 16 am 26. Juli 1913. 14. Jahrgang.

INHALT:

Originalmitteilungen:

W. H. Keesom, Über die Zustandsgleichung eines idealen einatomigen Gases nach der Quantentheorie. S. 665.

W. H. Keesom, Zur Theorie der freien Elektronen in Metallen. S. 670.

T. Ehrenfest, Zur Frage über die Konzentrationsschwankungen in radioaktiven Lösungen. S. 675.

L. Vegard, Photographische Aufnahmen des Nordlichtspektrums mit einem Spektrographen von großer Dispersion. S. 677.

R. W. Wood, Über die Verwendung des Interferometers für das Studium von Bandenspektren. S. 681.

W. W. Coblentz, Zusammenfassender Bericht über Versuche mit Wismutthermosäulen. S. 683.

A. Ungerer, Über das Leitvermögen sehr dünner Flüssigkeitsschichten. S. 685.

A. Righi, Neue Untersuchungen über die ionomagnetischen Drehungen. S. 688.

K. Fischer, Hysteresis in Geißlerröhren. S. 703.

E. Wertheimer, Messung der Stromkurve in Luft bei Ionisierung durch β- und γ-Strahlen. S. 711.

W. Hillers, Photographische Aufnahmen einer mehrfachen Luftspiegelung. S. 718.

W. Hillers, Bemerkung über die Abhängigkeit der dreifachen Luftspiegelung nach Vince von der Temperaturverteilung. S. 719.

G. Mie, Bemerkungen zu der Arbeit des Herrn Gotthelf Leimbach: Die Energieaufnahme elektrischer Sender von kleiner Wellenlänge. S. 723.

F. Burger u. J. Koenigsberger, Zu der Bemerkung von Herrn J. Stark zu unserer Mitteilung über Dämpfe mit Bandenabsorption. S. 725.

Besprechungen:

P. Drude, Précis d'optique. II. S. 726.

E. Cohn, Physikalisches über Raum und Zeit. S. 727.

K. Sumpf u. W. Bahrdt, Leitfaden der Physik. S. 727.

J. Kleiber u. M. Schinnerl, Physik und Chemie für höhere Mädchenschulen. Ausg. A u. B. S. 727.

Th. Link, Das deutsche Museum im Dienste des physikalischen Unterrichts. S. 728.

Berichtigungen. S. 728.

Tagesereignisse. S. 728.

Personalien. S. 728.

Gesuche. S. 728.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über die Zustandsgleichung eines idealen einatomigen Gases nach der Quantentheorie[1]).

Von W. H. Keesom.

§ 1. Einleitung, Übersicht. Debye[2]) hat gezeigt, daß eine gute Übereinstimmung mit den Bestimmungen der spezifischen Wärme von festen Körpern erhalten werden kann, wenn man die betreffende Theorie von Einstein[3]) in dem Sinne ändert, daß man die Formel[4]), welche Planck für die mittlere Energie bei der Temperatur T eines linearen elektrischen Oszillators aufgestellt hat, auf die verschiedenen möglichen Hauptschwingungen eines festen Körpers anwendet.

Es liegt nun nahe, diese Betrachtungsweise auch auf andere materielle Systeme, welche als Oszillator fungieren können, anzuwenden, und somit zu untersuchen, ob die Folgerungen mit der Wirklichkeit übereinstimmen, oder nicht, zu welchen man unter der Voraussetzung kommt, daß für jede Hauptschwingung eines Oszillators, dessen Bewegungen mit Hilfe linearer Differentialgleichungen beschrieben werden können, gleichgültig, wie dieser auch zusammengesetzt sein mag, das Prinzip der endlichen Energieelemente von Planck gilt.

In dieser Mitteilung sollen diese Folgerungen für ein ideales einatomiges Gas abgeleitet werden. Dergleichen Anwendungen der Quantentheorie auf ein ideales einatomiges Gas wurden bereits von Tetrode[1]) und von Lenz[2]) gemacht, und auch Sackur[3]) benutzt, allerdings auf andere Weise, die Quantentheorie zur Herleitung der Zustandsgleichung eines derartigen Gases.

Die Betrachtungen von Tetrode und von Lenz basieren auf der Vorstellung, daß jede Hauptschwingung eines in einem bestimmten Gefäß eingeschlossenen Gases ihre Energie jeweils um ganze Energieelemente auf einmal

1) Übersetzt nach: Leiden Commun. Suppl. Nr. 30a (Mai 1913).

2) P. Debye, Ann. d. Phys. (4) **39**, 789, 1912.

3) Wegen der Literatur siehe: H. Kamerlingh Onnes und W. H. Keesom, Math. Enz. V 10; Leiden Commun. Suppl. Nr. 23, § 74c.

4) Debye gebraucht die ursprüngliche Formel von Planck (Wärmestrahlung, 1. Aufl., S. 157). Die spätere Formel (Wärmestrahlung, 2. Aufl., S. 140), welche sich von der ersten durch Aufnahme einer Nullpunktsenergie unterscheidet, führt, was die spezifische Wärme betrifft, zu denselben Resultaten, so lange die auftretenden Frequenzen nicht von der Temperatur abhängig sind. Für Prozesse, bei denen die Frequenzen sich ändern (vgl. P. Debye, Programm für den Wolfskehl-Vortrag, diese Zeitschr. **14**, 259, 1913) wird sie auch für feste Körper abweichende Resultate geben können.

1) H. Tetrode, diese Zeitschr. **14**, 212, 1913.

2) A. Sommerfeld, Programm für den Wolfskehl-Vortrag, diese Zeitschr. **14**, 262, 1913.

3) O. Sackur, Jahresber. d. Schlesischen Ges. f. vaterl. Kultur, Febr. 1913.

auswechselt. Nimmt man diese Vorstellung an, dann kann durch die Betrachtung der Auswechslung der Energie zwischen dem Gas und der damit in Gleichgewicht befindlichen Strahlung wahrscheinlich gemacht werden, daß die Energieelemente einen Betrag $^1/_2\, h\nu$ haben, wenn ν die Frequenz der (longitudinalen) Wellen im Gas und h die bekannte Planck'sche Konstante vorstellt. Für die „Temperaturenergie" pro Schwingungsart wird dann gefunden

$$\frac{1}{2}\,\frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}}-1},$$

wo k die bekannte Konstante aus dem Boltzmann'schen Entropieprinzip ist.

Wie Kamerlingh Onnes und ich auf dem Wolfskehl-Kongreß im vorigen Monat mitgeteilt haben, liefert diese Betrachtungsart nur dann[1]) Resultate, die nicht mit den Erfahrungen über die Zustandsgleichung für Helium in Widerspruch stehen, wenn man die mittlere Energie pro Schwingungsart für ein ideales Gas in der Weise schreibt, daß man dem oben erwähnten Ausdruck für die Temperaturenergie eine Nullpunktsenergie im Betrage von $^1/_4\, h\nu$ zufügt[2]). Eine solche Nullpunktsenergie wurde kürzlich von Einstein und Stern[3]) für die Rotationen der Molekeln zum Zwecke der Erklärung des Verhaltens der spezifischen Wärme von H_2 angenommen.

Die Annahme einer Nullpunktsenergie entspricht den neueren Auffassungen von Planck, nach welchen die Aufnahme von Energie aus der Strahlung durch einen elektrischen Oszillator kontinuierlich, die Emission dagegen jeweils um ganze Quanten geschieht. Ein derartiges Verhalten würde dann also auch für ein ideales Gas angenommen werden müssen.

Um einen Ausdruck für die Gesamtenergie des Systems schreiben zu können, ist die Kenntnis des „Spektrums" des Gases notwendig. Wir werden annehmen, daß dieses Spektrum sich in ähnlicher Weise angeben läßt, wie nach Debye das Spektrum eines festen Körpers bestimmt wird.

Mit Hilfe dieser Daten kann die Zustandsgleichung eines idealen einatomigen Gases aufgestellt werden, womit dann alle thermodynamischen Größen für ein derartiges Gas abgeleitet werden können. Man findet[1]), daß der Druck stets größer ist als der Equipartitionswert $p = \frac{RT}{v}$; bei hohen Temperaturen weicht er nur wenig davon ab und nähert sich ihm schließlich unbegrenzt; bei tiefen Temperaturen nähert sich der Druck, wenn das Gas dann noch stets als ideal betrachtet werden darf, einem Wert, der (außer vom Molekulargewicht) wohl von der Dichte, aber nicht von der Temperatur abhängt, dem Nullpunktsdruck.

Für ein Gas wie Helium bei normaler Dichte und z. B. 0° C stellt sich heraus, daß die Abweichung vom Equipartitionswert noch klein ist, jedoch bereits so groß, daß z. B. bei der Bestimmung der van der Waals'schen Größen a_w und b_w, oder bei der Diskussion der Virialkoeffizienten, wie sie z. B. für den zweiten in Suppl. Nr. 25 (Sept. 1912) und Nr. 26 (Okt. 1912) erfolgt ist, diese Abweichung in Betracht gezogen werden muß. Für den Nullpunktsdruck wird für Helium bei normaler Dichte $^1/_4$ mm gefunden. Bei größeren Dichten werden die Abweichungen von den Equipartitionsgesetzen beträchtlicher.

Für die spezifische Wärme bei konstantem Volumen wird für ein Gas wie Helium (als ideal angenommen) bei normaler Dichte erst bei extrem tiefen Temperaturen eine in Betracht kommende Abweichung vom konstanten Equipartitionswert gefunden[2]). Schließlich nimmt auch die spezifische Wärme auf 0 ab. Die Grundannahmen führen von selbst dazu, daß auch für ein ideales Gas das Nernst'sche Wärmetheorem gilt.

Die in dieser Mitteilung enthaltenen Resultate für ein ideales Gas werden außerdem für die Theorie der freien Elektronen in Metallen von Bedeutung sein können. Ich verweise dieserhalb auf die folgende Mitteilung.

§ 2. Größe der Energieelemente. Wir können uns denken, daß das Gleichgewicht zwischen Strahlung und molekularer Translationsbewegung in einem, in ein bestimmtes Gefäß eingeschlossenen, idealen[3]), einatomigen Gase auf folgende Weise zustande kommt: Das Gefäß, in dem sich das Gas befindet, sei ganz oder teilweise umgeben von einem Gefäß, in dem sich Strahlung befindet. Die Wände dieses

1) Wenn jedenfalls die Bestimmung der Eigenfrequenzen eines Gases in entsprechender Weise, wie Debye sie für einen festen Körper annimmt, als annähernd richtig betrachtet werden darf.

2) Die Grundvoraussetzungen dieser Mitteilung unterscheiden sich also von denen von Tetrode und von Lenz durch die Einführung einer Nullpunktsenergie, von denen von Lenz außerdem noch dadurch, daß (§ 2) für die Größe der Energieelemente für ein Gas $^1/_2 h\nu$ angenommen wird.

3) A. Einstein und O. Stern, Ann. d. Phys. (4) **40**, 551, 1913. Auch Sackur, a. a. O., nimmt die Nullpunktsenergie gleichfalls für die molekulare Translationsbewegung an.

1) Vgl. O. Sackur, a. a. O.

2) Daß die spezifische Wärme einatomiger Gase erst bei extrem tiefen Temperaturen merklich vom Equipartitionswert abweicht, wurde auch schon vorhergesagt von Nernst und Lindemann, Zeitschr. f. Elektrochem. **17**, 826, 1911, Fußn. 1; Nernst, diese Zeitschr. **13**, 1066, 1912.

3) Ich verstehe hierunter in dieser Mitteilung ein Gas von solcher Art, daß vom Volumen und der wechselseitigen Attraktion der Moleküle abgesehen werden darf.

letzteren Gefäßes sind an der Innenseite vollkommen spiegelnd gedacht. In der gemeinschaftlichen Wand ist eine zylindrische Öffnung, in der sich ein (auf der der Strahlung zugekehrten Seite spiegelnder) Kolben befindet. Dieser Kolben werde, z. B. mit Hilfe einer passend konstruierten Feder, in der Weise festgehalten, daß er unter der Wirkung des Druckes jener Strahlen, welche eine Frequenz ν' haben, resoniert.

Nach der Planckschen Strahlungstheorie werden diese Strahlen ihre Energie an den Kolben nur in Quanten von der Größe $h\nu'$ abgeben können. Der Strahlungsdruck, der proportional mit dem Produkt der elektrischen und der magnetischen Kraft ist, hat die Frequenz $\nu = 2\nu'$. Der Kolben wird unter der Wirkung dieses Druckes mit derselben Frequenz schwingen.

Wir wollen uns ν' so gewählt denken, daß ν eine Hauptschwingung des Gases ist. Die Bewegung des Kolbens wird dann in dem Gase Schwingungen von derselben Frequenz erregen. Wir wollen uns vorstellen, daß der Kolben die Quanten $h\nu'$ unmittelbar an das Gas in Form von Schwingungsenergie mit seiner Frequenz ν übertragen kann. (Ob der Kolben alle Quanten, welche er empfängt, in dieser Form überträgt oder nur einen Teil davon, und einen anderen Teil z. B. wieder an die Strahlung zurückgibt, ist gleichgültig.) Eine Schwingungsart ν des Gases empfängt dann Energie in Quanten $h\nu' = \frac{1}{2} h\nu$.

Das Umgekehrte, eine Übertragung von Energie einer Schwingungsart ν in dem Gase mit Hilfe des oben gedachten Kolbens an die Schwingungsart ν' in der Strahlung, wird gleichfalls angenommen werden müssen, und zwar bei Gleichgewicht in derselben Menge pro Zeiteinheit. Man könnte sich denken, daß die bei dem zuerst betrachteten Prozeß an das Gas übertragene Energie auf anderem Wege, z. B. mit einer anderen Frequenz, wieder zu der Strahlung zurückgeführt würde; dann würde die Energie jedoch fortwährend in einem Kreisprozeß herumgeführt werden, was man wohl nicht anzunehmen geneigt sein wird.

Auf die oben erwähnte Weise, wenn man will durch Benutzung einer genügenden Anzahl ähnlicher Kolben, kann für alle Hauptschwingungen des Gases das Gleichgewicht mit der Strahlung zustande kommen. Wird noch auf andere Weise Strahlungsenergie auf Gasmolekeln und umgekehrt übertragen, so dürfte der Charakter des Gleichgewichts dadurch nicht geändert werden.

Das Resultat dieser Betrachtungen ist, daß wir annehmen werden — insoweit diese Betrachtungen hierfür nicht genügend bindend sind, werden wir als Prinzip voraussetzen, das sich in seinen Folgerungen entweder als berechtigt erweisen wird, oder nicht — daß beim Gleichgewicht zwischen der molekularen Translationsbewegung im Gase und der Strahlung Energieelemente von der Größe $^1/_2 h\nu$ auftreten, wenn ν eine Hauptfrequenz des Gases ist.

§ 3. Die Energie und die Entropie eines idealen einatomigen Gases. Für die Berechnung der mittleren[1]) Energie und Entropie einer bestimmten Schwingungsart des Gases mit der Frequenz ν werden wir die Betrachtungsweise benutzen, welche Planck (Wärmestrahlung, 2. Aufl., § 135—143) für ideale lineare Oszillatoren annimmt. Bedenkt man, daß man es bei einem Gase nach § 2 mit Energieelementen $^1/_2 h\nu$ zu tun hat, so erhält man [vgl. Planck, a. a. O., Gleichung (22)]:

$$s_\nu = k\left\{\left(\frac{2u_\nu}{h\nu} + \frac{1}{2}\right)\ln\left(\frac{2u_\nu}{h\nu} + \frac{1}{2}\right) - \left(\frac{2u_\nu}{h\nu} - \frac{1}{2}\right)\ln\left(\frac{2u_\nu}{h\nu} - \frac{1}{2}\right)\right\}, \quad (1)$$

wenn s_ν und u_ν mittlere Entropie und Energie der betrachteten Schwingungsart vorstellen.

Die Temperatur T wird bestimmt aus

$$\left(\frac{\partial s_\nu}{\partial u_\nu}\right) = \frac{1}{T}.$$

Bei dieser Differentiation bei konstantem Volumen bleibt die Wellenlänge λ konstant; mit ihr ist ν durch die Beziehung $\nu = c/\lambda$ verbunden, wo c die Fortpflanzungsgeschwindigkeit vorstellt. In § 4 wird sich ergeben, daß in dem Gase, wenn dieses in thermodynamischem Gleichgewicht ist, bei Voraussetzungen, für welche die einfachen Gesetze der Fortpflanzung des Schalles gelten, auch dann, wenn Equipartition nicht mehr angenommen werden darf, c proportional ist mit $U^{1/2}$, wo U die Gesamtenergie der molekularen Translation des Gases ist. Wir werden jetzt annehmen, daß für jede Schwingungsart $c \sim u_\nu^{1/2}$ gesetzt werden darf, eine Voraussetzung, die für Schwingungen, welche wir als Schall beobachten können, z. B. für solche mit kleinen Amplituden, wenn man sie für sich allein betrachtet, mit der Wirklichkeit in Widerspruch steht, die man aber für Schwingungen mit sehr geringer Wellenlänge, auf die es hier ankommt, hinsichtlich ihrer Beziehung zur Wärmebewegung, für Zustände, die vom Gleichgewichtszustand wenig verschieden sind, jedenfalls als

1) Zahlenmäßiges Mittel, das wir erhalten, wenn wir uns das Gas vielfach wiederholt denken.

Annäherung wohl gelten lassen kann. Dann ergibt sich[1])

$$u_\nu = \frac{1}{2}\left\{\frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}}-1} + \frac{1}{2}h\nu\right\}. \qquad (2)$$

Da angenommen werden muß, daß die verschiedenen Schwingungsarten, welche in einem, in ein bestimmtes Gefäß eingeschlossenen Gase möglich sind, im Gleichgewichtszustand dasselbe T haben, stellt (2) außerdem den Anteil dar, den jede Schwingungsart im Gase beim Gleichgewichtszustand und bei der Temperatur T zur Gesamtenergie beiträgt.

Wir nehmen jetzt an, daß wir für die Gesamtenergie einen annähernd richtigen Wert bekommen, wenn wir auf ähnliche Weise, wie Debye es für einen festen Körper tut, für die Anzahl von verschiedenen Hauptschwingungen, welche in dem durch die Frequenzen ν und $\nu + d\nu$ bestimmten Bereiche liegt,

$$\frac{4\pi V}{c^3}\nu^2\, d\nu \qquad (3)$$

ansetzen[2]), und wenn wir das so bestimmte „Spektrum" bei ν_m abschneiden, das sich ergibt, wenn wir die Gesamtzahl der Schwingungsarten der Anzahl der Freiheitsgrade $3N$ gleich setzen. V soll das Volumen der Grammolekel des Gases vorstellen, N ist die Avogadrosche Zahl. Dann wird:

$$U = \frac{9N}{2\nu_m^2}\int_0^{\nu_m}\left\{\frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}}-1} + \frac{1}{2}h\nu\right\}\nu^2\, d\nu, \qquad (4)$$

wo ν_m bestimmt ist durch:

$$\nu_m^3 = \frac{9N}{4\pi V}c^3. \qquad (5)$$

Für die Gesamtentropie können wir jetzt auch bequem einen Ausdruck schreiben.

§ 4. Der Druck. a) Wir wollen annehmen, daß die Beziehung

$$p = \frac{2U}{3V} \qquad (6)$$

als stützend auf die Isotropie der molekularen Bewegung und auf das elementare Hauptgesetz der Dynamik über den Zusammenhang zwischen Kraft und Bewegungsgröße allgemein gültig bleibt. Wie Tetrode (a. a. O.) zeigt, gilt dann gleichfalls allgemein

$$c^2 = \frac{10U}{9M}, \qquad (7)$$

wo M das Molekulargewicht ist. Durch (4), (5), (6) und (7) ist die Zustandsgleichung eines idealen, einatomigen Gases gegeben.

Es läßt sich leicht beweisen, daß der aus (1) hergeleitete Ausdruck der Entropie hiermit vereinbar ist[1]).

Führt man

$$\frac{h\nu}{kT} = \xi, \quad \frac{h\nu_m}{kT} = x \qquad (8)$$

ein, so wird

$$U = \frac{9}{2}NkT\left\{\frac{1}{8}x + \frac{1}{x^3}\int_0^x \frac{\xi^3\, d\xi}{e^\xi - 1}\right\}. \qquad (9)$$

Wenn man die „charakteristische Temperatur", bestimmt durch

$$\theta = \frac{h\nu_m}{k} = \frac{h}{k}\left(\frac{9N}{4\pi V}\right)^{1/3}\cdot\left(\frac{10U}{9M}\right)^{1/2} \qquad (10)$$

einführt, so ist:

$$x = \frac{\theta}{T}. \qquad (11)$$

b) Hohe Temperaturen. Entwickelt man für hohe Temperaturen[2]), so findet man:

$$\left.\begin{aligned} U = \frac{3}{2}NkT\Big\{1 + \frac{3}{5}\frac{B_1}{2!}x^2 - \\ - \frac{3}{7}\frac{B_2}{4!}x^4 + \frac{3}{9}\frac{B_3}{6!}x^6 \cdots\Big\}, \end{aligned}\right\} \qquad (12)$$

wo

$$B_1 = \frac{1}{6}, \quad B_2 = \frac{1}{30}, \quad B_3 = \frac{1}{42} \cdots$$

die Bernouillischen Koeffizienten sind, oder:

$$\left.\begin{aligned} U = \frac{3}{2}NkT\Big\{1 + \frac{1}{20}x^2 - \\ - \frac{1}{1680}x^4 + \frac{1}{90720}x^6 \cdots\Big\}. \end{aligned}\right\} \qquad (13)$$

Beschränken wir uns auf die zwei ersten Glieder, so wird der Druck

$$p = \frac{NkT}{V}\left\{1 + \frac{1}{20}\frac{\theta^2}{T^2}\right\}. \qquad (14)$$

Hierin ist nach (10), wenn man darin nur das erste Glied von (13) substituiert,

$$\theta_{(T>>\theta)} = \frac{h}{k}\left(\frac{9N}{4\pi V}\right)^{1/3}\cdot\left(\frac{5}{3}\frac{NkT}{M}\right)^{1/2}. \qquad (15a)$$

1) Wie Sommerfeld, a. a. O., nach Lenz bemerkt, bewirkt die erwähnte Annahme hier gleichsam automatisch, daß bei hohen Temperaturen die mittlere Energie pro Freiheitsgrad $= \frac{1}{2}kT$ wird, wie sie es für die molekulare Translation sein soll. Wegen des Unterschiedes zwischen Gleichung (2) und der entsprechenden Gleichung bei Lenz vergleiche man S. 666 l., Note 2.

2) Nach einer Bemerkung von Tetrode (a. a. O.) für ein kubisches Gefäß bequem herzuleiten aus der Formel für die innerhalb des Gefäßes auftretenden Wellenlängen: Rayleigh, Theory of Sound II., S. 71, 2. Aufl., London 1896.

1) Vergl. H. Tetrode, a. a. O.

2) Nach Debye, a. a. O., ist diese Entwicklung brauchbar von $x = 0$ bis $x = 2$.

Nimmt man

$$N = 6{,}85 \cdot 10^{23}, \qquad \frac{h}{k} = 4{,}86 \cdot 10^{-11},$$

$$k = 1{,}21 \cdot 10^{-16}$$

an, so wird:

$$\theta_{(T>>\theta)} = 45{,}1 \cdot M^{-1/3} V^{-1/3} T^{1/1}. \quad (15\,b)$$

$\theta_{(T>>\theta)}$ hängt mit dem unter c) einzuführenden Wert θ_0 zusammen durch die Beziehung

$$\theta_{(T>>\theta)} = \left(\frac{8}{3}\theta_0 T\right)^{1/1}. \quad (15\,c)$$

Für Helium bei 0° C und 1 Atm. ergibt sich: $\theta = 13{,}2$, woraus nach (14) eine Abweichung vom Boyleschen Gesetz im Betrage von 0,12 Promille folgt. Sie geht in der experimentell gefundenen Richtung und hat eine solche Größe, daß sie bei vernünftigen Annahmen über die van der Waalsschen Größen mit dem experimentell bestimmten Wert[1]): 0,512 Promille nicht in Widerspruch steht. Das würde bei jener Abweichung vom Boyleschen Gesetz wohl der Fall sein, die man finden würde, wenn in den Ausdruck (2) für die Energie die Nullpunktsenergie nicht aufgenommen worden wäre. Dieses Resultat und ein ähnliches für den Spannungskoeffizienten des Heliums zwischen 0° und 100° C waren denn auch die Gründe, welche Professor Kamerlingh Onnes und mich in unserer Mitteilung an den Wolfskehl-Kongreß zur Annahme der Nullpunktsenergie eines idealen Gases führten.

Obgleich die Abweichung vom Boyleschen Gesetz bei Anwendung der Quantentheorie in der in dieser Mitteilung beschriebenen Weise für das oben behandelte Beispiel noch sehr klein ist, so ergibt sich doch (und dieses ist für größere Dichten noch mehr der Fall), daß ihr bei der Diskussion der Zustandsgleichung Rechnung getragen werden muß.

Die weitere Diskussion in dieser Richtung muß jedoch bis zu einer späteren Mitteilung verschoben werden.

c) Tiefe Temperaturen. Für tiefe Temperaturen ist folgende Entwicklung[2]) geeigneter:

$$U = \frac{9}{2} NkT \left\{ \frac{1}{8} x + \frac{\pi^4}{15} \cdot \frac{1}{x^3} - \right.$$
$$\left. - x \sum_{n=1}^{n=\infty} e^{-nx} \left(\frac{1}{nx} + \frac{3}{n^2 x^2} + \frac{6}{n^3 x^3} + \frac{6}{n^4 x^4} \right) \right\}, \quad (16)$$

wo x nach (11) und (10) einzusetzen ist. Die zwei ersten Glieder geben ($T \ll \theta$):

$$U = \frac{9}{16} Nk\theta_0 \left\{ 1 + \frac{16\pi^4}{15} \cdot \frac{T^4}{\theta_0^4} \right\}, \quad (17)$$

wo

$$\theta_0 = \frac{h^2}{k^2} \left(\frac{9}{4\pi} \frac{N}{V} \right)^{2/3} \frac{5}{8} \frac{Nk}{M} \quad (18\,a)$$

oder (vgl. b)

$$\theta_0 = 761 \cdot M^{-1} V^{-2/3} \quad (18\,b)$$

ist.

Für den Druck p findet man:

$$p = \frac{3}{8} \frac{Nk\theta_0}{V} \left\{ 1 + \frac{16\pi^4 T^4}{15\theta_0^4} \right\}. \quad (19)$$

Für Helium bei normaler Dichte ist $\theta_0 = 0{,}239$, so daß die Formel (17) erst bei extrem tiefen Temperaturen für Helium mit normaler Dichte gelten würde. Bei jenen tiefen Temperaturen wird das Helium bei dieser Dichte nicht mehr als ideales Gas bestehen können. Nennen wir Nullpunktsdruck p_0 den Wert von p aus (19) für $T = 0$, dann ist dies eine Größe, die uns unmittelbar in den Stand setzt, bei tiefen Temperaturen die größten zu erwartenden Abweichungen vom Charlesschen Gesetz zu beurteilen. Für Helium mit normaler Dichte wird der Nullpunktsdruck[1]) 332 Baryen = 0,25 mm. Wenn wir aus diesem Druck die Temperatur nach $p = \frac{RT}{v}$ berechnen würden, würde dies einer Temperatur $^3/_8\theta_0 = 0{,}09°$ entsprechen. Der Fehler in der Angabe eines derartigen Thermometers, der nur nach der hier besprochenen Anwendung der Quantentheorie auftreten würde, wird unter diesem Betrage bleiben.

Für die Zwecke der Theorie der freien Elektronen in Metallen wollen wir (19) nochmals in der Form[2])

$$p = aV^{-2/3} + bT^4 V \quad (20)$$

schreiben, wo a und b bequem näher anzugebende Konstanten sind.

Man kann leicht feststellen, daß das erste Glied von (20) bei einer adiabatischen Expansion keine Temperaturerniedrigung bewirkt: die äußere Arbeit wird bei $T = 0$ auf Kosten der Nullpunktsenergie geliefert.

§ 5. Die spezifische Wärme. a) Aus (4) ist die spezifische Wärme bei konstantem Volumen herzuleiten, wobei beachtet werden muß, daß ν_m nach (5) und (7) von der Tem-

1) H. Kamerlingh Onnes, Leiden Comm. Nr. 102a, Dez. 1907.

2) Nach Debye, a. a. O., brauchbar von $x = \infty$ bis $x = 2$.

1) Das hier erhaltene Resultat unterscheidet sich von dem von Sackur, a. a. O., obgleich die vorigen Entwicklungen im allgemeinen in verschiedener Hinsicht mit denen von Sackur parallel laufen.

2) Das Auftreten der positiven Potenz von V ist eine Warnung dafür, daß der Gültigkeitsbereich dieser Formel bei größerem V sich nur bis zu entsprechend tieferem T erstrecken wird.

peratur abhängig ist[1]). Wir werden nur einzelne Glieder der beiden sich ergebenden Entwicklungen hinschreiben.

b) Hohe Temperaturen. Für hohe Temperaturen ($T >> \theta$) findet man:

$$C_v = \frac{3Nk}{2}\left(1 - \frac{1}{525}\frac{\theta^4}{T^4}\right). \qquad (21)$$

Die Abweichung bei der spezifischen Wärme ist also von kleinerer Größenordnung als die beim Druck. Die Temperatur, bei der C_v vom konstanten Equipartitionswert um 1 Promille abweicht, wird durch $x = 0{,}85$ bestimmt. Für Helium bei normaler Dichte findet man, daß diese Temperatur bei $T = 0{,}9$ liegen würde, so daß erst bei beträchtlich größeren Dichten eine Abweichung der spezifischen Wärme vom Equipartitionswerte würde beobachtet werden können.

c) Tiefe Temperaturen. Für die Theorie der freien Elektronen in Metallen ist es von Wichtigkeit, die Formel der spezifischen Wärme bei tiefen Temperaturen zu entwickeln.

Aus (17) folgt ohne weiteres ($T << \theta_0$):

$$C_v = \frac{12\pi^4}{5}Nk\left(\frac{T}{\theta_0}\right)^3 = \frac{8\pi^4}{5}C_{v_\infty}\left(\frac{T}{\theta_0}\right)^3. \qquad (22)$$

Da C_{v_∞}, der Wert, dem sich C_v bei hohem T nähert, die Hälfte des entsprechenden Wertes für einen festen Körper ist, so ist der Faktor von $\left(\frac{T}{\theta_0}\right)^3$ gleich dem für einen festen Körper (vgl. Debye, a. a. O., S. 800).

Aus (20) mit Bezug auf (22) ergibt sich wegen der bekannten thermodynamischen Relation zwischen C_p und C_v, daß ihr Verhältnis $\varkappa$ beim Annähern zu $T = 0$ sich dem Werte 1 nähert.

1) Man findet einen Ausdruck, der in folgende Form gebracht werden kann:

$$\frac{C_v}{C_{v_\infty}} = \frac{2}{5}\left(\frac{C}{C_\infty}\right)_{sol} \cdot \frac{\left(\frac{C}{C_\infty}\right)_{sol} + \frac{3}{2}x\frac{e^x+1}{e^x-1}}{\left(\frac{C}{C_\infty}\right)_{sol} + \frac{3}{10}x\frac{e^x+1}{e^x-1}}.$$

Wegen der Werte für $\left(\frac{C}{C_\infty}\right)_{sol}$, also für das Verhältnis der dem Werte von x entsprechenden spezifischen Wärme bei konstantem Volumen für einen festen Körper, zu dem Grenzwert der spezifischen Wärme desselben bei hohen Temperaturen, siehe Debye, a. a. O., S. 803 oder Nernst, Ber. d. Berl. Akad. d. Wiss., 5. Dez. 1912.

(Eingegangen 14. Juni 1913.)

Zur Theorie der freien Elektronen in Metallen[1]).

Von W. H. Keesom.

§ 1. Einleitung. Übersicht. Es liegt nahe, die Betrachtungen der vorigen Mitteilung über die Anwendung der Quantentheorie auf die Zustandsgleichung eines idealen einatomigen Gases auf die Theorie der freien Elektronen[2]) in Metallen zu übertragen. Da die Frequenzen in einem derartigen Elektronengase bei derselben Größenordnung der Anzahl der Teilchen in der Volumeinheit sehr viel höher werden als in den gewöhnlichen materiellen Gasen, so werden die für tiefe Temperaturen abgeleiteten Grenzgesetze für ein System freier Elektronen bis zu relativ viel höheren Temperaturen, ja sogar bis in das experimentell erreichbare Temperaturgebiet, gelten können. Die Betrachtung des dynamischen Gleichgewichts zwischen den freien Elektronen und den Elektronen in den Metallmolekülen führt (§ 2) zu der Annahme, daß bei tiefen Temperaturen die Zahl der freien Elektronen in der Volumeinheit sich einem konstanten endlichen Wert nähert. Dasselbe ist dann auch der Fall mit der mittleren Geschwindigkeit der freien Elektronen.

So wird man durch die Anwendung der Quantentheorie auf die freien Elektronen in einem Metall auf die oben angedeutete Weise für tiefe Temperaturen zu den Annahmen über Elektronengeschwindigkeiten[3]) und -dichten geführt, welche Wien[4]) kürzlich seiner Theorie der elektrischen Leitung zugrunde gelegt hat. Andererseits führt die Anwendung der Quantentheorie auf die freien Elektronen für hohe Temperaturen, z. B. in dem Temperaturgebiet, das durch die von Richardson untersuchten Erscheinungen charakterisiert wird (vielleicht sogar erst für noch höhere Tempe-

1) Übersetzt aus: Leiden Comm. Suppl., Nr. 30b, Mai 1913.

2) Das Gleichgewicht zwischen Oszillatoren, freien Elektronen und strahlender Wärme ist kürzlich von Planck, Berl. Ber. 3 April 1913, unter sehr speziellen Annahmen behandelt worden, welche für die freien Elektronen zu den Gesetzen der Equipartition führen. Die Art der Behandlung in der vorliegenden Mitteilung kann einigermaßen als eine Umkehrung der von Lorentz, Amsterdam, Akad. Versl., April 1903, angewandten aufgefaßt werden, durch die dieser (für Equipartition) aus den Bewegungen der freien Elektronen in Metallen das (dann geltende) Strahlungsgesetz herleitete.

3) Insoweit es die mittlere Geschwindigkeit betrifft.

4) W. Wien, Berl. Ber., 16. Jan. 1913, S. 184. In jener Theorie wurde weiter, wie es zuerst durch Kamerlingh Onnes, Leiden Comm., Nr. 119, Febr. 1911, und durch F. A. Lindemann, Berl. Ber. 1911, S. 316, geschehen ist, die Quantentheorie auf molekulare Oszillationen, welche die Bewegung der freien Elektronen hindern, angewendet.

raturen), zur Theorie der freien Elektronen in Metallen in jener Form, in der sie von Riecke[1]), Drude[2]) und Lorentz[3]) entwickelt worden ist, und welche wir mit dem Namen „Equipartitionstheorie" bezeichnen können. Jene Anwendung wird also beide genannten Theorien zu einem einheitlichen und zusammenhängenden Bilde vereinen können.

Dadurch verschwinden zu gleicher Zeit zwei große Schwierigkeiten, welche der Equipartitionstheorie anhafteten.

An erster Stelle wird nicht mehr gefordert, wie es die Equipartitionstheorie vernünftigerweise wohl tun mußte, daß bei Annäherung an $T = 0$ die Elektronen alle an den Molekülen „festfrieren"[4]), was durch die Beobachtungen von Kamerlingh Onnes bis zu den tiefsten Temperaturen, bei welchen die elektrische Leitung untersucht wurde, ausgeschlossen wird. Die hier gegebene Anwendung der Quantentheorie gestattet wieder, das Gleichgewicht zwischen den freien Elektronen und den Elektronen in den Molekülen als ein Dissoziationsgleichgewicht zu betrachten, wie es besonders durch Koenigsberger für die Theorie des elektrischen Leitvermögens in der letzten Zeit wieder in den Vordergrund gerückt worden ist.

An zweiter Stelle verschwindet die Schwierigkeit, welche für die Equipartitionstheorie in dem geringen Beitrage der freien Elektronen zur spezifischen Wärme[5]) der Metalle lag, eine Schwierigkeit, welche — worauf Herr Dr. Oosterhuis meine Aufmerksamkeit lenkte — wohl am schärfsten in der Theorie der Thomsonwärme auftritt.

Kann man das Fortfallen jener Schwierigkeiten bereits als Vorteil der betrachteten Anwendung der Quantentheorie erwähnen, so wird man für eine weitere Bestätigung namentlich fordern, daß man auf dieser Basis imstande sein wird, bei verschiedenen Temperaturen den freien Elektronen des Metalls bestimmte Dichten zuzuschreiben, welche zunächst einmal die verschiedenen, mit diesen Dichten zusammenhängenden Erscheinungen miteinander in gehörige Übereinstimmung bringen, und welche sich dann auch mit der Temperatur in annehmbarer Weise ändern.

Diese Mitteilung, die nur einen einführenden und orientierenden Charakter tragen soll, kann jedoch nicht so weit gehen. Nach einigen allgemeinen Betrachtungen werden wir uns hier auf die Behandlung der Thermokraft beschränken, an die sich Peltiereffekt und Thomsoneffekt anschließen.

Als Grenzgesetze werden dabei für die Thermokraft zwischen zwei Metallen und für den Thomsoneffekt in einem Metall eine Abnahme auf o bei $T = 0$, und zwar nach T^3, für den Peltiereffekt eine Abnahme nach T^4 gefunden, Ergebnisse, welche, was z. B. die Abnahme der Thermokraft betrifft, durch die vorliegenden experimentellen Bestimmungen gestützt werden, und welche vielleicht das Mittel zu einer direkten experimentellen Prüfung dieser Theorie werden geben können[1]).

§ 2. Um eine Schätzung über die charakteristischen Temperaturen eines bestimmten Systems freier Elektronen zu bekommen, ist es notwendig, eine Schätzung über die Elektronendichten in diesem System zu haben, oder, was dasselbe ist, über das Volumen V eines Mols des Elektronengases. Bekanntlich sind nun die Meinungen über die Dichten freier Elektronen in Metallen ziemlich verschieden. Um zu einer solchen Schätzung zu gelangen, werden wir folgende Tatsache benutzen. Die Thomsonkonstante, welche (vgl. § 5) als die spezifische Wärme des „gesättigten Elektronendampfes" aufgefaßt werden kann, kann geschrieben werden als die Differenz zweier Teile, von denen der erste die spezifische Wärme bei konstantem Volumen darstellt, der zweite von der Änderung der Elektronendichte mit der Temperatur abhängig ist. Berechnet

1) E. Riecke, Wied. Ann. **66**, 353, 545, 1898.
2) P. Drude, Ann. d. Phys. (4) 1, 566, 1900.
3) H. A. Lorentz, Amsterdam Akad. Versl., Dez. 1904, Jan. 1905.
4) Verschiedene der hier verwendeten Bilder, die der Vergleichung von Elektronen mit einem Stoff entlehnt sind, wie z. B. die Vorstellung von der Zustandsgleichung der Elektronen, vom gesättigten Dampf, vom Gleichgewicht mit niedergeschlagenen Elektronen und von den festgefrorenen Elektronen, wurden bereits von Kamerlingh Onnes, Over het belang van nauwkeurige metingen bij zeer lage temperaturen, Leiden 1904, Leiden Comm. Suppl., Nr. 9, S. 25 u. ff., vgl. auch J. Becquerel u. H. Kamerlingh Onnes, Leiden Comm., Nr. 103, Febr. 1908, § 7, entwickelt.
5) Größtenteils wurden diese und die vorhergehenden Betrachtungen bereits von mir in der Diskussion auf dem Wolfskehlkongreß am 25. und 26. April d. J. mitgeteilt.

1) Nachdem diese Betrachtungen von mir entwickelt worden waren, kam mir der Artikel von K. F. Herzfeld, Wien. Ber. **121**, 1449, Okt. 1912 über Beiträge zur statistischen Theorie der Strahlung in die Hände, in dem bereits angedeutet wurde, daß die Annahme, daß für die Energie der freien Elektronen in einem Metalle eine ähnliche Formel wie für den Planckschen Oszillator gelten würde, verschiedene auch in diesem Paragraphen besprochene Schwierigkeiten der Equipartitionstheorie verschwinden lassen würde. — Vgl. weiter den soeben erschienenen Artikel von Herzfeld, Ann. d. Phys. (4), **41**, 27, 1913, während auch bereits J. Koenigsberger, Verh. d. D. phys. Ges. **13**, 934, 1911, eine ähnliche Bemerkung machte. A. L. Bernoulli, Zeitschr. f. Elektrochem. **17**, 689, 1911, führte bereits die Planck-Einsteinsche Formel für die Energie, doch in ganz anderer Weise wie hier, bei der Behandlung der thermoelektrischen Erscheinungen ein (vgl. auch besonders die Bemerkungen von Krüger, daselbst S. 693).

man nun den ersten Teil nach der Equipartitionstheorie und vergleicht damit den experimentell gefundenen Wert, so ergibt sich, daß letzterer seinem absoluten Werte nach stets viele Male kleiner ist als jener erste Teil, im Mittel etwa $^1/_{50}$ von diesem beträgt. Die Equipartitionstheorie mußte annehmen, daß der zweite oben genannte Teil stets und für alle Metalle ungefähr jenem ersten gleich war, was nach J. J. Thomson[1]) der Fall sein würde, wenn die Anzahl der freien Elektronen stets ungefähr proportional $T^{1/2}$ ist. Die Theorie von Lorentz, zu der auch die in §§ 3—5 gegebene Art der Berechnung für Equipartition führt, würde fordern, daß n ungefähr proportional $T^{3/2}$ ist, die von Drude, daß n ungefähr proportional $T^{1/4}$ ist. Eine vernünftige Erklärung für diese Arten von Temperaturabhängigkeit ist nun, soweit mir bekannt, noch nicht gegeben; vom Standpunkt der Dissoziationstheorie betrachtet, können sie schwerlich als allgemein gültig angenommen werden.

Zulässiger erscheint mir die Annahme, daß für die genannten Metalle die spezifische Wärme der Elektronen bei konstantem Volumen selber bereits einen ähnlichen kleinen Betrag im Vergleich mit dem Equipartitionswert hat. Setzt man nun einmal für die freien Elektronen in einem bestimmten Metall bei 0^0 C $C_v = {}^1/_{50} C_{v_\infty}$ an, so findet man aus den Gleichungen (22) und (18b) der vorigen Mitteilung (wobei für die Elektronen $M = N \cdot 0{,}8 \cdot 10^{-27}$) für die freien Elektronen in diesem Metall bei jener Temperatur $V = 4 \cdot 10^3$. Dieses entspricht einer Elektronenanzahl von $n = 1{,}7 \times 10^{20}$ im cm³. Θ_0 hat dann den Wert 5500.

Hieraus ergibt sich, daß in diesem Temperaturgebiet die Entwicklungen gelten werden, welche in §§ 4c und 5c der vorigen Mitteilung für die tiefen Temperaturen gegeben worden sind.

Beim Sinken der Temperatur nimmt für ein Metall wie Platin die Elektronendichte ab, wie aus dem negativen Wert der Thomsonkonstante folgt. Weiter unten in diesem Paragraphen wird gezeigt werden, daß für tiefe Temperaturen ein endlicher Grenzwert für n angenommen werden muß. Wir wollen einmal annehmen, daß für die tiefen Temperaturen, die mit flüssigem Helium zu erreichen sind, für das oben betrachtete Metall $V = 10^6$ sei. Bei dieser Dichte der freien Elektronen ist $\Theta_0 = 139$, und es werden also auch für jene tiefen Temperaturen noch dieselben Entwicklungen gelten können; a fortiori ist dies der Fall, wenn die Elektronendichte da größer ist, als hier angenommen wurde.

Für Metalle wie das betrachtete wird es also, je nach der Elektronendichte, ein größeres oder kleineres Temperaturgebiet geben, in dem die Voraussetzung von Wien: die Geschwindigkeit der Elektronen = const, was die mittlere Geschwindigkeit anbelangt, so gut wie erfüllt ist, falls in diesem Gebiet die Elektronendichte sich mit der Temperatur nahezu nicht ändert.

Es ist nun auch leicht einzusehen, daß weiter diese zweite Voraussetzung von Wien: die Anzahl der Elektronen pro cm³ = const, für genügend tiefe Temperaturen so gut wie erfüllt sein wird. Die Anzahl der freien Elektronen wird bestimmt durch das dynamische Gleichgewicht zwischen den freien Elektronen in den intramolekularen Zwischenräumen und den Elektronen in den Molekeln. In bezug auf letztere kann man verschiedene Voraussetzungen machen, z. B., daß die Elektronen oder ein Teil von ihnen innerhalb der Molekel sich frei bewegen können. In diesem Fall werden, da im allgemeinen, jedenfalls bei tiefen Temperaturen, die Elektronendichte innerhalb der Molekel größer sein wird als außerhalb, die Elektronengeschwindigkeiten innerhalb des Moleküls im betrachteten Temperaturgebiet a fortiori konstant sein, wenn die Dichte sich nicht ändert. Man kann sich auch denken, daß die Elektronen innerhalb (oder an) der Molekel mehr oder weniger stark an die Molekel gebunden sind; die Frequenzen jener Elektronen werden dann von der Art jener Bindung und vielleicht auch von den Frequenzen der Moleküle abhängig sein. Wie dem nun auch sein mag, wir werden bei einer konsequenten Durchführung der Voraussetzung über die Nullpunktsenergie (vgl. vorige Mitteilung) wohl annehmen müssen, daß wir, wenn nur die Temperatur tief genug genommen wird, in ein Gebiet kommen werden, wo die Bewegungen innerhalb der Molekel so gut wie nicht mehr von der Temperatur abhängig sein werden. Für dieses Gebiet wird, insofern es in dem entsprechenden Gebiet für die Elektronen außerhalb der Molekeln liegt, die Dichte dieser letzteren nahezu als konstant angenommen werden können.

Im § 1 wurde bereits bemerkt, daß damit zwei große Schwierigkeiten der Equipartitionstheorie verschwinden. So findet man z. B. für den Beitrag, den die freien Elektronen zur spezifischen Wärme des Metalls liefern, wenn man die für das Abdissoziieren der freien Elektronen notwendige Wärme mitrechnet, für die hier angenommenen Werte der Elektronendichte

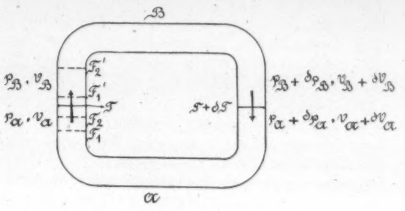
1) J. J. Thomson, Die Korpuskulartheorie der Materie. Braunschweig 1908, S. 77.

und ihrer Temperaturabhängigkeit bei gewöhnlichen Temperaturen, nur einen kleinen Bruchteil der gesamten spezifischen Wärme (Größenordnung etwa $^1/_{1000}$).

Außerdem zeigen, wie bereits angedeutet, die hier mitgeteilten Betrachtungen, wie das „Wien-Gebiet" und das „Richardson-Gebiet" miteinander verbunden werden können. Notwendig ist dafür eine nähere Betrachtung des Dissoziationsgleichgewichts: freie Elektronen $\rightleftarrows$ Elektronen in den Molekeln. Ohne weiteres kann man bereits die Vermutung aussprechen, daß die Kurve, welche die Dichte der freien Elektronen als Funktion von T angeben wird, außer dem oben erwähnten, zur TAchse parallelen Stück für tiefe Temperaturen, noch ein ähnliches Stück für hohe Temperaturen[1]) haben wird, (wenn alle verfügbaren Elektronen abdissoziiert sind), und daß dazwischen ein Gebiet liegen wird, in dem die Dichte der freien Elektronen sich mit der Temperatur ändert. Ist einmal diese „Grenzkurve" oder die entsprechende „Dampfdruckkurve" bekannt, so ergibt sich daraus die mittlere Elektronengeschwindigkeit nach den Berechnungen der vorigen Mitteilung. Umgekehrt kann die Tatsache, daß so die Elektronengeschwindigkeit mit der Dichte eindeutig zusammenhängt, von Vorteil sein für die Herleitung beider aus den Bestimmungen.

Nehmen wir einmal an, daß für ein Metall wie das betrachtete bei 1800° K $V = 4 \cdot 10^2$ sein wird[2]), so findet man für die Energie der freien Elektronen einen Wert, der reichlich 5mal so groß ist wie der Equipartitionswert. Ob dieses Resultat, daß die mittlere Geschwindigkeit der freien Elektronen bei solchen hohen Temperaturen für Elektronendichten, wie sie sich nach den oben erwähnten Schätzungen aus der Thomsonwärme ergeben, merklich größer ausfällt, als es nach der Equipartitionstheorie der Fall sein würde, durch die Bestimmungen von Richardson ausgeschlossen wird, oder ob es dazu wird dienen können, die Schwierigkeiten zu beseitigen, die sich bei der Diskussion des Richardsoneffekts noch zeigen, das wird sich noch näher ergeben müssen.

§ 3. Die Thermokraft. Um die Thermokraft (pro Grad Temperaturdifferenz zwischen den beiden Kontaktstellen) in einer geschlossenen Kette von zwei Metallen A und B zu berechnen, denken wir uns[1]), daß 1 Coulomb an freien Elektronen in der Richtung der Pfeile in untenstehender Figur herumgeführt wird, betrachten die äußere Arbeit, die dabei an den



Elektronen wie an einem idealen Gas geleistet werden muß, dividieren durch dT und multiplizieren mit -1. Dann erhalten wir:

$$F = 10^{-8} \int_{v_A}^{v_B} \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v dv. \qquad (1)$$

Hier ist F die genannte Thermokraft in Volt, und v stellt das Volumen von 1 Coulomb an Elektronen dar.

Mit Hilfe von Gleichung (1), die auch in der Form $F = 10^{-8} \frac{\partial(\psi_A - \psi_B)}{\partial T}$ geschrieben werden kann (ψ = freie Energie), kann man aus den Werten von U und S im § 3 der vorigen Mitteilung eine allgemeine Formel für F herleiten. Wir werden uns auf die hohen und tiefen Temperaturen beschränken.

Für hohe Temperaturen, d. h. für solche, bei welchen Equipartition gilt, ergibt sich aus Gleichung (14) der vorigen Mitteilung die bekannte Formel

$$F = 10^{-8} \frac{k}{e} \ln \frac{V_B}{V_A} \qquad (2)$$

wo e die Ladung von 1 Elektron in Coulomb ist (V bezieht sich nach § 2 auf ein Mol).

Für tiefe Temperaturen liefert Gleichung (20) der vorigen Mitteilung[2]):

$$F = 10^{-8} \frac{1}{Ne} 2bT^3 (V_B^2 - V_A^2). \qquad (3)$$

1) Wahrscheinlich liegt dieses Gebiet (insoweit es zu verwirklichen sein wird) für die meisten Metalle merklich höher als jenes, über das sich die Bestimmungen von Richardson und die über die Thermokräfte erstrecken.

2) Die Anzahl der Elektronen im cm³, $n = 1{,}7 \times 10^{-21}$ ist dann noch kleiner als von Baedeker, Die elektrischen Erscheinungen in metallischen Leitern S. 12, Braunschweig 1911, bei der Behandlung des Richardson-Effekts für Platin angenommen wird.

1) Vgl. z. B. K. Baedeker, a. a. O.; F. Krüger, diese Zeitschr. 11, 800, 1910, **12**, 360, 1911.

2) Wir bemerken, daß für diese tiefen Temperaturen folgender einfacher Zusammenhang zwischen Thermokraft und spezifischer Wärme der Elektronen besteht:

$$F = 10^{-8} \cdot \frac{1}{Ne} \cdot \frac{1}{3} (C_{v_B} - C_{v_A}).$$

Substituiert man hier den Wert von b, so erhält man mit $e = 1{,}4 \cdot 10^{-12}$:

$$F = 2{,}52 \cdot 10^{-22} T^3 (V_B^2 - V_A^2). \qquad (4)$$

Zunächst ersieht man, daß, wenn T bis auf Null abnimmt, F sich dem Wert Null nähert. Tatsächlich weisen die Bestimmungen für Kombinationen von reinen Metallen nach dieser Richtung hin[1]). Für eine Kombination des in § 2 betrachteten Metalls ($V_B = 10^6$ für tiefe Temperatur) mit einem Metall, in dem die Elektronendichte 2mal so groß ist ($V_A = 0{,}5 \cdot 10^6$), würde für $T = 4$ aus (4) $F = 1{,}2 \cdot 10^{-8}$ Volt gefunden werden; während aus (2) für hohe Temperaturen, unter der Annahme, daß das Verhältnis der Elektronendichten dabei dasselbe bleibt wie bei tiefen Temperaturen, $F = 6 \cdot 10^{-6}$ Volt gefunden wird. Bei den Temperaturen des flüssigen Heliums würde also die Thermokraft dieser Kombination bei der gemachten Voraussetzung auf $^1/_{500}$ (und bei den tiefsten Heliumtemperaturen auf noch weniger) ihres Betrages bei hohen Temperaturen abnehmen.

Diese Abnahme der Thermokraft hat Nernst[2]) aus der neueren Formulierung seines Wärmetheorems hergeleitet. Hier wird nach (4) gefunden, daß dieses Verschwinden der Thermokraft schließlich proportional mit T^3 erfolgen wird. Dieses Gesetz wird, wenn es sich bestätigen sollte, und wenn sich die Schwierigkeiten, die mit dem Messen so kleiner Thermokräfte bei jenen äußerst tiefen Temperaturen verbunden sind, genügend bewältigen lassen werden, für die Thermometrie in diesem Gebiet von Bedeutung sein können.

§ 4. Der Peltiereffekt. Zur Berechnung des Peltiereffekts betrachten wir die Arbeit, welche wir auf 1 Coulomb an freien Elektronen leisten müssen, wenn wir diese bei der Temperatur T vom Metall A (diese Elektronen werden da z. B. von den Flächen F_1 und F_2 begrenzt) in das Metall B überführen (wo sie dann z. B. von den Flächen F_1' und F_2' begrenzt werden). Es ist einleuchtend, daß Besonderheiten in der Grenzschicht zwischen den beiden Metallen dabei außer Betracht bleiben können. Diese Arbeit ist

$$u_B - u_A + \int_{v_A}^{v_B} p\,dv$$

wo sich die Größen u und v auf 1 Coulomb beziehen. Diese Größe stellt die Wärme dar, die beim Übergang von A nach B absorbiert wird, oder die Wärme, die beim Übergang von B nach A entwickelt wird. Führen wir die Größen U und V ein, die sich auf ein Mol beziehen, so wird der Peltiereffekt, in Joule ausgedrückt:

$$\Pi = 10^{-7} \cdot \frac{1}{Ne} \left\{ U_B - U_A + \int_{V_A}^{V_B} p\,dV \right\} \qquad (5)$$

Wir werden nur untersuchen, was dieser Ausdruck für die tiefen Temperaturen liefert. An erster Stelle bemerken wir, daß der erste Teil der Gleichung (20) der vorigen Mitteilung, der Nullpunktsdruck $aV^{-5/3}$, keinen Beitrag zum Peltiereffekt liefert, entsprechend der dort in § 4 gemachten Bemerkung, daß bei der adiabatischen Ausdehnung eines idealen Gases bei $T = 0$ die äußere Arbeit durch die Nullpunktsenergie geliefert wird. Das zweite Glied in der Entwicklung von U und p für tiefe Temperaturen liefert:

$$\Pi = 10^{-7} \cdot \frac{1}{Ne} \cdot 2bT^4 (V_B^2 - V_A^2). \qquad (6)$$

Achten wir auf die Einheiten, in denen F und Π hier ausgedrückt sind, so verifiziert sich leicht, daß der Beziehung von Kelvin zwischen Π und F genügt wird.

Der Peltiereffekt wird also bei Annäherung an $T = 0$ auf 0 abnehmen. Wir finden hier, daß diese Abnahme schließlich proportional T^4 stattfinden wird.

§ 5. Der Thomsoneffekt. Wenden wir eine ähnliche Betrachtung wie im vorigen Paragraphen auf den Thomsoneffekt an, so finden wir, daß, wie bekannt, der Thomsonkoeffizient σ die spezifische Wärme für die freien Elektronen darstellt, wenn bei der Wärmezufuhr das Volumen der betrachteten Elektronen so geändert wird, daß das Elektronengas fortwährend als „gesättigter Dampf" mit den Elektronen in

1) L. Holborn u. A. Day, Berl. Ber. **38**, 691, 1899; nach Kamerlingh Onnes u. Clay, Leiden Comm. Nr. 107b, Mai 1908, zeigt das Thermoelement Gold-Silber in Wasserstofftemperaturen diese Abnahme noch nicht.

Wie mir Herr Prof. Kamerlingh Onnes weiter mitteilt, lehren bereits vor einiger Zeit ausgeführte, aber noch nicht publizierte Bestimmungen von Kamerlingh Onnes u. Holst, über welche demnächst eine Mitteilung zu erwarten ist, daß dies auch noch bis zu Heliumtemperaturen gilt. Bis zum Siedepunkt des Heliums und etwas tiefer zeigt das Gold-Silberthermometer die Temperaturen sogar noch ziemlich gut an. Sehr wichtig ist dann auch das weiter von ihnen erhaltene Resultat, daß die Thermokraft schnell bis auf kleine Werte heruntergeht, wenn man zu den tiefsten Heliumtemperaturen kommt. Auch andere Metallkombinationen wurden von Kamerlingh Onnes und Holst zum Zwecke der thermometrischen Bestimmungen bei tiefen Temperaturen untersucht. Bei allen wurde, während im allgemeinen die Thermokraft zwischen Wasserstoff- und Heliumtemperaturen noch recht ansehnlich war, dieselbe Erscheinung der schnellen Abnahme der Thermokraft, für die soeben gemeinten Kombinationen bei Heliumtemperaturen, gefunden.

2) W. Nernst, Theoretische Chemie, S. 753, 7. Aufl. Stuttgart 1913.

den (gleichfalls in Temperatur sich ändernden) Metallatomen in Gleichgewicht bleibt. Es ist also die „spezifische Wärme des gesättigten Elektronendampfes". Da unseren Betrachtungen gemäß die Dichte des gesättigten Elektronendampfes bei tiefer Temperatur konstant wird, geht σ dort in die spezifische Wärme bei konstantem Volumen über, was, unter Berücksichtigung der benutzten Einheiten, in Joules ausgedrückt

$$\sigma = 10^{-7} \cdot \frac{1}{Ne} C_v$$

oder

$$\sigma = 10^{-7} \cdot \frac{1}{Ne} 6 b T^3 V^2$$

liefert.

Wiederum kann man bequem nachweisen, daß der Beziehung von Kelvin genügt wird.

Der Thomsoneffekt nähert sich deshalb gleichfalls bei $T = 0$ dem Wert Null, und zwar nach T^3.

(Eingegangen 14. Juni 1913.)

Zur Frage über die Konzentrationsschwankungen in radioaktiven Lösungen.

Von Tatiana Ehrenfest.

§ 1. Die folgenden Ausführungen beziehen sich auf die Diskussion, welche durch die Beobachtungen und Rechnungen von Th. Svedberg[1]) veranlaßt ist. Es handelt sich dabei bekanntlich um den Einfluß, den — nach Th. Svedberg — die Konzentrationsschwankungen einer radioaktiven Lösung ausüben sollen auf das mittlere Quadrat der Abweichungen der Szintillationszahlen von ihrem Mittelwert.

Betrachtet man die Konzentrationsschwankungen und die Zerfallsschwankungen als voneinander unabhängig, so wird man natürlich unbedingt mit H. A. Lorentz, Smoluchowski, Langevin und E. v. Schweidler[2]) das Endresultat der Rechnungen von Svedberg ablehnen müssen. Wenn aber anderseits die experimentellen Ergebnisse von Th. Svedberg in der Tat besser mit dem Endresultat seiner Rechnungen als mit dem seiner Gegner übereinstimmen, so ist es doch interessant, seine Rechnungen näher zu analysieren.

Es erweist sich dabei als zweckmäßiger, anstatt mit den approximativen (Bortkjewitz-Smoluchowski-Batemanschen) Formeln lieber mit den exakten (Bernoullischen) zu rechnen.

1) Th. Svedberg, Über den Nachweis von spontanen Konzentrationsschwankungen in Lösungen und Gasen. Diese Zeitschr. **14**, 22—26, 1913.

2) E. v. Schweidler, diese Zeitschr. **14**, 198, 1913.

Es ergibt sich folgendes:

1. Das rechnerische Resultat von Th. Svedberg-Wallgren folgt wirklich mit Notwendigkeit aus ihren Ausgangsformeln. (Die Vermutung, daß in den langen Rechnungen von Wallgren ein Rechenfehler unterlaufen sei, ist abzulehnen.)

2. Die Ausgangsformeln von Th. Svedberg postulieren aber implizite eine gewisse Abhängigkeit zwischen den Konzentrations- und den Zerfallsschwankungen — und das ist der Punkt, welcher die Diskrepanz zwischen den Behauptungen von Th. Svedberg und seiner Gegner verursacht.

§ 2. Für die Wahrscheinlichkeit, daß in einem kleinen Zeitintervall n Szintillationen aus dem kleinen Teilvolumen v_2 [1]) der flüssigen radioaktiven Substanz erfolgen, macht Th. Svedberg folgenden Ansatz:

$$W_n = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{e^{-m} m^n}{n!} \frac{e^{-\nu} \nu^m}{m!}, \qquad (1)$$

wo ν eine feste Zahl ist (Mittelwert der Szintillationszahlen bei einer entsprechenden festen Substanz), m eine variable ganze Zahl, die alle Werte, von 0 bis ∞, durchläuft.

Der Faktor

$$\frac{e^{-m} m^n}{n!} \qquad (2)$$

bezeichnet die Wahrscheinlichkeit für das Eintreten von n Szintillationen in einer Lösung in dem Falle, wo in einem hinzugedachten festen Präparat (mit derselben mittleren Dichte aus demselben Teilvolumen v_2) m Szintillationen im selben Zeitintervall erfolgen würden. Die wirklich eintretende Szintillationszahl wird also betrachtet als um eine mittlere Zahl m schwankend (und dieses — nach Th. Svedberg — wegen Molekularbewegung der Flüssigkeit). Dabei ist aber m seinerseits als um die feste mittlere Zahl ν schwankend angesehen (dieses wegen Zerfallsschwankungen im hinzugedachten festen Präparat).

§ 3. Ersetzen wir nun, wie oben gesagt, die approximative Formel

$$w = \frac{e^{-\alpha} \alpha^k}{k!}$$

durch die exakte Formel

$$w' = C_k^N p^k (1-p)^{N-k},$$

wo

$$C_k^N = \frac{N!}{k!\,N-k!}.$$

1) Es werden die Bezeichnungen von Th. Svedberg (l. c.) aufrecht erhalten.

Hier ist N etwa die größte Anzahl der Szintillationen, welche im betrachteten kleinen Zeitintervall beobachtet werden könnte, p die Wahrscheinlichkeit dafür, daß in einem $\frac{1}{N}$-Teile dieses Zeitintervalls eine Szintillation beobachtet wird (in Analogie zu N gleichmäßig erfolgenden konsekutiven Ziehungen von weißen und schwarzen Kugeln mit der Wahrscheinlichkeit p für das Erscheinen einer weißen Kugel bei einem Zuge), k die wirklich beobachtete Anzahl von Szintillationen.

Die Beziehung zwischen den beiden Formeln ist folgende:

$$\alpha = \lim_{N=\infty,\, p=0} Np,$$
$$w = \lim_{N=\infty,\, Np=\alpha} w'.$$

Es ist dann in (1) zu ersetzen:

$$\infty \text{ durch } N,$$
$$\nu \quad „ \quad Np,$$
$$\frac{e^{-\nu}\nu^m}{m!} \quad „ \quad C_m^N p^m (1-p)^{N-m},$$
$$\frac{e^{-m} m^n}{n!} \quad „ \quad C_n^N p_m^n (1-p_m)^{N-n},$$

wobei

$$m \quad „ \quad Np_m$$

ersetzt ist, so daß p_m eine von m abhängige Wahrscheinlichkeit für den Zerfall eines Atoms bedeutet in dem Zeitintervall, dem man gedanklich das Zerfallen von m Atomen im entsprechenden festen Präparat gegenübergestellt hat.

Das p_m muß — der Bedeutung von m in (2) entsprechend — der Bedingung genügen:

$$\bar{n} = \sum_{n=0}^{N} C_n^N p_m^n (1-p_m)^{N-n} \cdot n = m.$$

Nun ist bekanntlich

$$\bar{n} = Np_m,$$

also

$$m = Np_m. \tag{3}$$

Daraus berechnet sich leicht

$$\bar{n} = \sum_{n=0}^{N} n W_n = Np. \tag{4}$$

Da aber

$$m = \sum_{m=0}^{N} m C_m^N p^m (1-p)^{N-m} = Np$$

ist, so erhalten wir

$$n = m,$$

was auch der stillschweigenden Voraussetzung von Th. Svedberg entspricht, daß der Mittelwert von n auch bei flüssiger Substanz derselbe ($= \nu$) sein soll, wie bei derselben Substanz im erstarrten Zustande.

Es bestehen ferner folgende Relationen:

$$\overline{(n-\bar{n})^2} = \overline{n^2} - \bar{n}^2,$$
$$\overline{n^2} = 2Np + N^2p^2 - \frac{1}{N}A,$$

wo

$$A = Np + N(N-1)p^2 + N^2p^2,$$

woraus

$$\overline{(n-\bar{n})^2} = 2Np - \frac{1}{N}A. \tag{5}$$

Gehen wir nun wieder zum Grenzfall

$$N = \infty, \quad Np = \nu$$

zurück, so erhalten wir, in Übereinstimmung mit Th. Svedberg:

$$\overline{(n-\bar{n})^2} = 2\nu.$$

§ 4. Hätten wir anstatt der variablen p_m irgendeinen festen Wert P gewählt, so würden wir erhalten:

$$\left.\begin{aligned} n = \sum_{n=0}^{N} n \cdot \sum_{m=0}^{N} C_n^N P^n (1-P)^{N-n} \cdot \\ \cdot C_m^N p^m (1-p)^{N-m} = NP \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

[1]

und

$$\overline{(n-\bar{n})^2} = NP - NP^2,$$

was bei kleinem P in das Resultat von E. v. Schweidler übergeht:

$$\overline{(n-\bar{n})^2} = n. \tag{7}$$

§ 5. Sollten die experimentellen Ergebnisse von Th. Svedberg auch weiterhin aufrecht erhalten bleiben, so würde sein rechnerischer Ansatz einen Anhaltspunkt dafür geben, in welcher Richtung und in wie großem Maße man die Wechselwirkung zwischen den zerfallenden Atomen berücksichtigen müsse. Es wäre vielleicht nicht ausgeschlossen, daß man auf diesem Wege einen tieferen Blick in die Struktur und die kinetischen Vorgänge innerhalb einer Lösung überhaupt gewinnen würde[2]).

1) Da der Mittelwert $\bar{n}$ in jedem Volumen von derselben Größe v_2 derselbe sein soll, und da es vorausgesetzt wird, daß die Gesamtzahl der zerfallenden Moleküle durch die Molekularbewegung nicht beeinflußt wird, so muß zugleich auch $\bar{n} = N\bar{p}$ sein, wie bei der festen Substanz, d. h. man muß setzen $P = \bar{p}$. Und die Svedbergsche Approximationsformel würde — bei der Voraussetzung der Unabhängigkeit zwischen Konzentrations- und Zerfallsschwankungen — sich in folgende verwandeln:

$$W_n' = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{e^{-\nu}\nu^n}{n!} \cdot \frac{e^{-\nu}\nu^m}{m!}.$$

2) Die Möglichkeit eines scharenweisen Auftretens der Atome der radioaktiven Substanz in einer Lösung erwähnt ja auch E. v. Schweidler am Schlusse seines Aufsatzes (l. c.).

Leiden, 20. März 1913.

(Eingegangen 21. März 1913.)

Photographische Aufnahmen des Nordlichtspektrums mit einem Spektrographen von großer Dispersion.

Von L. Vegard.

(Mit Tafel XXV.)

Durch die Arbeiten von Birkeland[1]) und Störmer[2]) dürfen wir es wohl jetzt als sicher ansehen, daß die Nordlichter durch elektrische Strahlen von der Sonne verursacht werden.

Eine der wichtigsten Aufgaben der weiteren Nordlichtforschung besteht darin, die physikalische Natur der Polarlichtstrahlen näher zu untersuchen. Diese Frage habe ich schon in einigen früheren Publikationen aufgeworfen und diskutiert[3]).

Zur Lösung dieser Frage stehen uns vier Hauptwege zur Verfügung:

1. Das Studium der geographischen Ausbreitung des Nordlichts;
2. das Studium der täglichen Variation des Nordlichts;
3. Untersuchung über die Höhe und Struktur des Nordlichts im Hinblick auf die Gesetze der Absorption und Zerstreuung der elektrischen Strahlen;
4. Untersuchungen über das Nordlichtspektrum und Vergleich mit den durch elektrische Strahlen erzeugten Spektren.

Nach den ersten Berechnungen Störmers ist die magnetische Poldistanz des Nordlichts von der magnetischen Ablenkbarkeit der Strahlen $\left(\frac{I}{H\varrho}\right)$ abhängig[4]); und vorausgesetzt, daß das ablenkende Feld nur von der Erde selbst stammt, wird der Polabstand des Nordlichts mit wachsender Ablenkbarkeit abnehmen. Für Kathoden- und β-Strahlen findet er einen Polabstand, der viel kleiner ist als derjenige der Nordlichtzone. Nur die α-Strahlen geben annähernd den richtigen Polabstand.

Sollten dann wirklich, was sicher möglich ist, gewisse Nordlichtformen durch β- oder Kathodenstrahlen entstehen, so muß die Theorie der Strahlenbahnen irgendwie geändert werden.

In einer seiner letzten Arbeiten[5]) macht Störmer darauf aufmerksam, daß möglicherweise die magnetischen Felder, die von den Strahlen selbst herrühren, die Strahlenbahnen wesentlich abändern können.

Von den früheren Bahnberechnungen läßt sich die Möglichkeit der Bildung von einem mit der Erde konzentrischen Stromring erblicken, und Störmer hat die Wirkung eines solchen Rings näher untersucht. Er gelangt u. a. zu dem bemerkenswerten Resultat, daß der Ring die Nordlichter südwärts verschiebt und daß für die weichsten Strahlen die Verschiebung am größten ist. Unter Umständen kann sogar die Poldistanz des Nordlichts von der Ablenkbarkeit der Strahlen ziemlich unabhängig werden.

Wäre die Grundlage dieser Rechnung richtig, so ist es wohl kaum mehr möglich, aus der geographischen Ausbreitung des Nordlichts die magnetische Ablenkbarkeit der Strahlen zu bestimmen.

Nach den Berechnungen Störmers sollte weiter die Tageszeit des Nordlichts auch sehr wenig von der Ablenkbarkeit der Strahlen abhängen, und auch nicht die tägliche Variation scheint zur Bestimmung der Ablenkbarkeit der Strahlen führen zu können. Doch gibt sie eine Möglichkeit zur Bestimmung des Zeichens der Ladung für die elektrischen Strahlen, und damit wäre in der Tat viel erreicht. Obgleich gewisse Resultate zugunsten einer positiven Ladung sprechen, ist unsere Kenntnis der Theorie zu mangelhaft, um sichere Schlüsse zu ziehen[1]).

Aussichtsvoller für die Erforschung der Natur der Nordlichtstrahlen scheint mir die Untersuchung der Struktur und des Spektrums des Nordlichts.

Aus der Struktur konnte der Verfasser schließen, daß eine Reihe von Nordlichtformen einfach erklärt werden, wenn man Strahlen mit den Absorptionsverhältnissen von α-Strahlen annimmt, während die Annahme von Kathoden- oder β-Strahlen auf erhebliche Schwierigkeiten stößt[2]).

Von dem Gedanken ausgehend, daß das Spektrum des Nordlichts nicht nur für die anwesenden Substanzen der höheren Atmosphärenschicht, sondern auch für die Art des Erregungsprozesses charakteristisch sein mußte, habe ich in meiner früheren Veröffentlichung das Nordlichtspektrum mit dem durch α-Strahlen erregten Leuchten verglichen[3]).

Sollte man aber in dieser Richtung weiter kommen, wäre eine genauere Kenntnis des

1) Kr. Birkeland, Arch. d. sc. phys. et nat. Genève, 1896; Recherches sur les taches du soleil etc., 1899; Expédition Norvégienne de 1899—1900 etc., 1901; The Norwegian Aurora Polaris Expedition 1902—1903.

2) C. Störmer, Christiania vid. selsk. skr. 1904; Arch. d. sc. phys. et nat. Genève **24**, 1907 u. **32**, 1911; Berichte über eine Expedition nach Bossekop etc.; Christiania vid. selsk. skr. 1911.

3) L. Vegard, Nature, Nr. 2163, 212, 1911; Archiv f. mat. og nat. videnskab., Nr. 6 u. 9, 1911; Phil. Mag. (6) **23**, 211, 1912.

4) Vgl. C. Störmer, Arch. d. Genève **24**, 1907, § 17.

5) Vgl. C. Störmer, Arch. d. Genève **32**, 1911, § 17—20.

1) Vgl. L. Vegard, Phil. Mag. (6) **23**, 219—230, 1912.

2) Vgl. L. Vegard, l. c., S. 212—218.

3) Vgl. L. Vegard, l. c., S. 233—236.

Nordlichtspektrums[1]) und der Lichterregung durch elektrische Strahlen erforderlich[2]).

Mit der Absicht, das Nordlichtspektrum zu untersuchen, habe ich diesen Winter von Anfang Oktober bis Anfang Januar eine Expedition nach Bossekop in Finmarken vorgenommen, und es sollen im folgenden einige Resultate kurz mitgeteilt werden. Ein ausführlicher Bericht wird später erscheinen.

Plan der Expedition.

Meine Hauptaufgabe war, mit Hilfe eines lichtstarken Spektrographen von großer Dispersion die Wellenlängen der im Nordlichtspektrum vorhandenen Linien genau zu bestimmen.

Die nächste Aufgabe war, die möglichen Änderungen des Spektrums mit dem Typus und der Höhe des Nordlichts zu untersuchen. Um möglicherweise Beobachtungen in dieser Richtung machen zu können, waren spektroskopische Beobachtungen mit gleichzeitiger Höhenbestimmung geplant.

Die Höhenbestimmung geschah mittels der von Störmer benutzten photographischen Methode. Das Nordlicht wurde gleichzeitig auf dem Halddeobservatorium und auf meiner Station in Bossekop photographiert. (Der Abstand zwischen beiden Stationen ist 12,5 km.)

Es zeigte sich indessen, daß für schwache Nordlichter oft nur die gelbgrüne Linie zu beobachten war und für stärkere kamen noch andere Linien im Blau zum Vorschein; aber auffallende Variationen habe ich nicht bemerken können.

Der Grund dafür ist teils darin zu suchen, daß das Spektroskop, um größere Dispersion zu haben, ziemlich lichtschwach war, anderseits gehörten die von mir beobachteten Nordlichter dem gelbgrünen Typus an, bei welchem wohl auch das Spektrum in der Tat sehr wenig variiert.

Um die Variationen zu studieren, benutzt man am besten sehr lichtstarke Spektrographen oder Spektroskope mit geringer Dispersion und beschränkt sich auf die hellsten Nordlichter.

Spektroskopische Beobachtungen.

Der Apparat war ein geradsichtiges Spektroskop von H. Heele, Berlin. Die Wellenlängen konnten mittels einer Mikrometerschraube bestimmt werden. Für die Eichung der Schraube dienten als Lichtquellen Helium- und Wasserstoff-Geißlerröhren. Die Schraube machte eine Umdrehung pro Millimeter, der Kopf war in 50 Teile geteilt.

Die Dispersion des Apparats im sichtbaren Teil des Spektrums ist annähernd durch den Ausdruck bestimmt:

$$\lambda = 2870{,}2 + \frac{22836}{s + 10{,}644},$$

s ist der in Millimetern gerechnete Unterschied der Schraubenablesung für die gesuchte Linie und die Heliumlinie $\lambda = 5015{,}7$ Å.

Für jede Beobachtung einer Nordlichtlinie wurden gleichzeitig eine oder mehrere Heliumlinien abgelesen und die Korrektion für Spaltbreite bestimmt.

Die Tabelle I gibt die zu sehr schmalem Spalt reduzierten Ablesungen der Schraube für die gelbgrüne Nordlichtlinie.

Die Tabelle II gibt die Schraubenwerte für drei Heliumlinien und drei Linien des Wasserstoffliniespektrums.

Tabelle I.

Datum	Anzahl der Beobachtungen	Schraubenwert der grünen Linie
November 5	5	9,120
„ 8	3	9,110
„ 9	5	9,104
„ 10	4	9,143
Dezember 6	3	9,133
„ 9	2	9,100
„ 10	2	9,110
Januar 2	1	9,130
„ 3	3	9,155
	Mittel	9,123

Tabelle II.

Wellenlänge	Ablesung	
5875,8	8,284	*He*
5015,7	11,330	
4713,3	13,077	
5536,4	9,263	*H*
5598,6	9,033	
5610,8	8,991	

Aus den gemessenen Heliumlinien findet man für die grüne Nordlichtlinie:

$$\lambda = 5576{,}9;$$

aus den Wasserstofflinien:

$$\lambda = 5573{,}7.$$

Bei stärkeren Nordlichtern waren noch einige Linien im Blau zu sehen. Für die beiden stärksten ergaben die Messungen folgende Wellenlängen:

$$\lambda = 5271{,}5$$
$$\lambda = 4708{,}3.$$

1) Über frühere Arbeiten mit dem Nordlichtspektrum vgl. H. Kayser, Handbuch der Spektroskopie, Bd. 5, S. 47.

2) Teilweise im Hinblick auf die Nordlichtfrage habe ich im Physikalischen Institut zu Würzburg Untersuchungen über die Gesetze der Lichterzeugung durch elektrische Strahlen angefangen (Ann. d. Phys. **39**, 111, 1912 und **40**, 711, 1913). Vgl. auch H. Wilsar (Ann. d. Phys. **39**, 1201, 1912) und G. Fulcher (Astrophys. Journ. **34**, 388, 1911 und diese Zeitschr. **13**, 224 u. 1137, 1912).

Die erste war die schwächere und ist deshalb weniger genau als die letzte bestimmt worden. In der Nähe von 5271 waren noch mehrere sehr schwache Linien zu bemerken.

Die photographischen Aufnahmen.

Der benutzte Spektrograph ist nach Konstruktion des Herrn Professor J. Zenneck von Herrn J. Cremer in Danzig gebaut worden. Eine ausführliche Beschreibung des Apparats hat Professor J. Zenneck in dieser Zeitschrift **12**, 1199, 1911 gegeben.

Die Dispersion im sichtbaren Spektrum ist annähernd durch den Ausdruck bestimmt:

$$\lambda = 2774{,}3 + \frac{69754}{s + 44{,}532},$$

s ist der Abstand in Millimetern auf der Platte von H_γ gerechnet. Die Dispersion ist etwa fünfmal größer als bei den für Nordlichtuntersuchungen früher benutzten Spektrographen. So ist z. B. für den von J. Westman[1]) benutzten Spektrographen der Abstand zwischen H_β und H_γ 2,188 mm; der entsprechende Abstand meiner Platte ist 11,128 mm.

Der Spektrograph war auf einer kreisförmigen Scheibe aus Gußeisen montiert, die in einer äußeren kreisförmigen Fassung drehbar war. Mittels eines am Apparat befestigten Holzarms konnte man dem Apparat einen beliebigen Azimut geben.

Um verschiedene Höhen anvisieren zu können, war vor dem Spalt ein Planspiegel so angebracht, daß er mit der Kollimatorachse einen Winkel von 45° bildete und um diese Achse drehbar war. Der Spiegel war in einem Winkelrohr angebracht. (Fig. 1[2]) zeigt den Apparat mit Spiegelvorrichtung vor dem Spalt.)

Durch gleichzeitige Drehung des Spiegels und Bewegung des Holzarms konnte stets der hellste Teil des Nordlichts anvisiert werden.

Vor dem Spalt konnte nach Belieben eine Kondensatorlinse angebracht werden. Die Anwendung einer Kondensatorlinse hat nur für solche Nordlichter einen Zweck, deren anguläre Ausdehnung größter Helligkeit so klein ist, daß der Öffnungskegel des Kollimators nicht ausgefüllt wird.

Mittels einer verschiebbaren Blende vor dem Spalt konnten Vergleichsspektren auf beiden Seiten des untersuchten Spektrums aufgenommen werden.

Es wurden im ganzen vier Aufnahmen gemacht, drei mit Ultrarapidplatte von Hauff und eine mit der grünempfindlichen Flavinplatte von Hauff.

Platte 1 wurde am 5. November abends aufgenommen. Ein sehr heller draperieförmiger Bogen hielt sich sehr stark von $5^h\,00^m$ bis $6^h\,45^m$ und schwächere Nordlichter hielten sich, bis die Exposition 3 Uhr morgens abgebrochen wurde. Die Platte zeigt nur eine einzige Linie, aber diese war scharf und gut bestimmbar.

Platte 2 wurde jede Nacht vom 8. bis 16. November exponiert. Die Kassette war die ganze Zeit geöffnet und in unveränderter Lage gehalten. Während des Tages wurde der Spalt zugedeckt.

Es wurde im ganzen 40 Stunden, oft bei ziemlich hellem Nordlicht, exponiert. Die Platte zeigte vier Linien ganz deutlich und zwei ganz schwach.

Die Linie (4278), die ich auf der ersten Platte bekommen hatte, war auf dieser Platte ziemlich stark und eine Abschattierung nach Violett war deutlich bemerkbar.

Auf Platte 3 wurde ungefähr einen Monat exponiert. Leider war irgendwie der Apparat weniger stabil geworden, da die Drehung um die vertikale Achse eine Verbreiterung der Linien verursachte, wodurch die photographische Wirkung stark herabgesetzt wurde. Deshalb waren auf dieser Platte nur die vier stärksten Linien bemerkbar. Da sämtliche Linien ähnlich verbreitert sind, kann die relative Lage der Linien bestimmt werden. Die von den beiden ersten Aufnahmen genau bestimmte Linie (4278) wurde als bekannt angesehen, und die übrigen relativ zu dieser bestimmt.

Die Platte 4 wurde drei Tage bei mäßiger Helligkeit des Nordlichts exponiert. Die grüne Nordlichtlinie trat auf der Platte ganz deutlich hervor, sonst war keine Linie zu sehen.

Um die Lichtstärke zu vergrößern, wurde ein etwas breiterer Spalt von 0,14 mm benutzt.

Die Spektrogramme wurden mittels eines Mikroskops, das an dem beweglichen Teil einer Teilmaschine befestigt war, ausgemessen. Die Schraube war in $^1/_{100}$ mm geteilt.

Die Lage einer Linie auf der Platte wurde in der Weise bestimmt, daß die beiden Seiten der Linie abgelesen wurden und der Mittelwert genommen. Die Ausmessung wurde für jede Platte mehrmals wiederholt.

Die Resultate der Wellenlängebestimmungen sind in Tabelle III gegeben.

Die Genauigkeit der Bestimmung ist für die verschiedenen Linien etwas verschieden. Am genauesten ist die Linie 4278 bestimmt, aber auch für die beiden Linien 4708 und 3914 übersteigt der Fehler sicher nicht 0,5 Å. Bei

1) J. Westman, Mission scientifique pour la mesure d'un arc de méridien au Spitzberg, Tome II. Stockholm 1904.

2) Die Figuren befinden sich auf Tafel XXV.

Tabelle III.

Platte	Wellenlänge						
1				4278,0			
2		4707,9	4648,4	4277,95	4234,2	4200,3	3915,2
3		4708,1	4645,1	(4278)			3914,0
4	5571,3						
Mittel	5571,3	4708,0	4646,8	4278,0	4234,2	(4200,3)	3914,6
N		4708,2	4651,2	4278,0	4236,3	4200,9	3914,4

den schwächeren Linien sind wohl größere Fehler möglich.

Für die gelbgrüne Nordlichtlinie ist wohl auch die Genauigkeit etwas geringer als für die erwähnten drei, da die Dispersion in diesem Bereiche bedeutend kleiner ist.

Auffallend ist, daß sowohl die spektrographischen Beobachtungen als auch die photographische Aufnahme einen etwas größeren Wert, als den gewöhnlich angenommenen (5570!) geben, und dieser systematische Unterschied scheint mir viel größer als der mögliche durchschnittliche Fehler. Nehmen wir als Resultat der spektroskopischen Beobachtungen den Wert 5573,7, bekommt man als Mittelwert 5572,5, eine Zahl, die ziemlich genau mit der Wellenlänge einer der stärkeren Argonlinien übereinstimmt (5572,6).

In der letzten Spalte der Tabelle III sind einige hervortretende Bandenköpfe des Stickstoffspektrums angeführt, und wir sehen, daß — von der grünen Linie abgesehen — die gefundenen Linien des Nordlichtspektrums und besonders die drei stärksten mit den angeführten Bandenköpfen sehr gut übereinstimmen.

Die Übereinstimmung bezieht sich nicht nur auf die Lage, sondern auch auf die Intensitätsverteilung der Linien. Mit dem erwähnten Spektrographen und mit der für das Nordlicht benutzten Einstellung[1]) habe ich schwache Aufnahmen vom negativen Glimmlicht des Stickstoffs gemacht und mit dem Nordlichtspektrum verglichen. Soweit man die Intensitätsverteilung mit dem Auge schätzen kann, zeigen die drei stärksten Linien der beiden Spektren dieselbe relative Intensität.

Außerdem besitzt die stärkste Nordlichtlinie (4278) gerade wie der Bandenkopf des Stickstoffs eine Abschattierung nach Violett.

In Fig. 2 ist das Nordlichtspektrum (*N*) mit photographischen Aufnahmen des Kanalstrahlen- und Glimmlichtspektrums von Luft verglichen. Fig. 3 gibt die entsprechenden Spektren des reinen Stickstoffs und auch das Spektrum der positiven Lichtsäule[1]).

Sowohl das Kanalstrahlenspektrum als das Glimmlichtspektrum stimmen im ganzen Typus mit dem Nordlichtspektrum überein. Gerade dieselben Linien, die im Nordlichtspektrum hervortreten, sind auch im Stickstoff-(Luft-)Spektrum überwiegend.

Nach diesen Messungen mittels eines Spektrographen von so großer Dispersion kann es wohl nicht mehr als zweifelhaft angesehen werden, daß die gefundenen hervortretenden Linien des Nordlichtspektrums mit den erwähnten Bandenköpfen des Stickstoffs identisch sind.

Die Untersuchungen von Sir William und Lady Huggins[2]), B. Walter[3]) und anderen[4]) haben gezeigt, daß das durch α-Strahlen in Luft erregte Spektrum auch dem Typus nach mit dem Stickstoffspektrum des negativen Glimmlichts übereinstimmt.

Wir finden also unter anderem im Nordlicht dasjenige Spektrum, das für die Anregung des Stickstoffs mit elektrischen Strahlen charakteristisch ist[5]). Diese Tatsache stimmt gerade mit unserer jetzigen Anschauung über die Ursache des Nordlichts überein.

Da die gefundenen Nordlichtlinien ungefähr in derselben Weise im Spektrum der α- und Kanalstrahlen und des Glimmlichts (Kathodenstrahlen) auftreten, kann die Bestimmung dieser Linien allein die Frage nicht entscheiden, ob die Nordlichter durch Elektronenstrahlen oder Strahlen vom α-Strahlentypus verursacht werden.

1) Die Intensitätsverteilung auf der Platte ist von der Einstellung sehr abhängig (vgl. Ann. d. Phys. **39**, 111, 1912). Der Spektrograph war für große Lichtstärke in der Nähe von H_β eingestellt, für die Linie 3914 war er deshalb ziemlich lichtschwach.

1) Die Luft- und Stickstoffspektren sind Kopien von Aufnahmen, die ich in Würzburg mit einem lichtstarken Spektrographen von Steinheil aufgenommen habe.

2) Sir William u. Lady Huggins, Proc. Roy. Soc. **72**, 196 u. 409; **76**, 488.

3) B. Walter, Ann. d. Phys. **17**, 367, 1905; **20**, 327, 1906.

4) R. Pohl, Verh. d. D. Phys. Ges. **7**, 458, 1906; F. Himstedt u. G. Meyer, Ber. d. Naturf. Ges. zu Freiburg im Br. **16**, 13, 1905.

5) Im Falle von positiven Strahlen ist das beobachtbare scharfe Spektrum des Nordlichts als das „ruhende" Spektrum der Strahlen zu betrachten.

Dagegen ist vielleicht durch die Untersuchungen der schwächeren Linien eine Entscheidung möglich, denn das Glimmlicht — selbst mit sehr starker Exposition — zeigt wesentlich nur die regelmäßig liegenden Bandenköpfe, während im Spektrum der Kanalstrahlen eine bedeutende Anzahl von Linien auftreten.

Resultate von J. Westman[1]) und A. Paulsen[2]) sprechen insofern zugunsten der α-Strahlenhypothese, als sie eine größere Anzahl von Linien auf die Platte bekommen haben.

Herrn Professor Kr. Birkeland, der auf mancherlei Weise diese Untersuchungen unterstützt hat, ebenso auch Herrn Professor O. E. Schiötz für das Ausleihen des Spektrographen bin ich zu bestem Dank verpflichtet.

Ich möchte auch gern die Gelegenheit nehmen, dem Direktor des Halddeobservatoriums, Herrn cand. real. O. Krognes, für die liebenswürdige Mitwirkung bei den Höhenbestimmungen meinen besten Dank zu sagen.

1) J. Westman, l. c.
2) A. Paulsen. Vgl. H. Kayser, Handbuch der Spektroskopie, Bd. 5, S. 56.

(Eingegangen 12. Juni 1913.)

Über die Verwendung des Interferometers für das Studium von Bandenspektren. (On the Use of the Interferometer for the Study of Band Spectra.)

Von R. W. Wood.

(Mit Tafel XXVI.)

In einer Arbeit, die ich im Jahre 1907 veröffentlicht habe[1]), wies ich auf eigentümliche geometrische Anordnungen der Fabry und Perotschen Interferenzstreifen hin, die sich in photographischen Aufnahmen zeigten, welche Herr Pfund vom Titanspektrum gemacht hat. Wie ich in der genannten Arbeit dargetan habe, deutete das Vorhandensein eines symmetrischen Musters in einer derartigen Aufnahme darauf hin, daß die Linien nach irgendeinem mathematischen Gesetz verteilt wären, und ich regte an, daß man auf diese Weise Gesetzmäßigkeiten in sehr komplizierten Linienspektren auffinden könnte.

Die in Rede stehende Aufnahme war in der Weise gemacht worden, daß das von dem Titanlichtbogen ausgehende Licht durch die halbversilberten Platten eines Interferometers von Fabry und Perot hindurchgeschickt und ein Bild des kreisförmigen Ringsystems auf den Spalt eines Gitterspektrographen entworfen wurde; das Verfahren war mithin das zur Bestimmung von Wellenlängen nach Interferenzmethoden allgemein angenommene. Wegen des großen Gangunterschieds zwischen den interferierenden Lichtströmen ändert sich die Größenordnung der Streifenwechsel um eine beträchtliche Zahl, wenn man von einer Linie zur nächsten übergeht, selbst bei Linien, die sehr nahe beieinander liegen. Wenn die Verteilung der Linien im Spektrum willkürlich ist, so können die Streifen, welche jede einzelne Linie in eine vertikale Punktreihe zerlegen, nicht wohl in ihrer Gesamtheit ein symmetrisches Muster bilden. Es waren jedoch in einzelnen Teilen des Spektrums gekrümmte Muster zu sehen, welche auf ein bestimmtes Verteilungsgesetz bei den Liniengruppen hindeuteten, auf denen das Muster erschien. Seitdem ich diese Beobachtung gemacht habe, ist es immer meine Absicht gewesen, den Gegenstand weiter zu untersuchen, aber andere dringliche Arbeiten im Verein mit der Hoffnung, daß irgendein anderer Forscher den Sachverhalt aufklären würde, haben Anlaß gegeben, daß ich es wiederholt verschoben habe, auf das Problem zurückzukommen.

Im letzten Winter habe ich jedoch den Gegenstand wieder aufgenommen und bin durch die Untersuchung der Erscheinung bei Bandenspektren, wo ein bekanntes Verteilungsgesetz vorliegt, zu einer ganz bestimmten Schlußfolgerung über die Art und Weise gelangt, in der die symmetrischen Muster entstehen, sowie darüber, inwieweit man sie für das Studium von Gesetzmäßigkeiten im Spektrum nutzbar machen kann.

Die hellen und dunklen Banden, welche die Muster bilden, scheinen einer bisher noch nicht beschriebenen Art von Interferenzstreifen anzugehören, obwohl sie von derselben Natur sind wie die Schattenbanden, die auftreten, wenn man irgendeine einfache periodische Struktur durch eine ähnliche ihr überlagerte Struktur hindurch betrachtet. Mit ihrer Hilfe können wir periodische Unstetigkeiten in einem Spektrum nachweisen, die über das Auflösungsvermögen des Spektroskops hinausgehen, gerade wie wir versichert sein können, daß ein in der Ferne gelegenes Dach mit Ziegeln gedeckt ist, falls Schattenbanden auftreten, wenn wir es durch die Maschen eines Fliegennetzes im Fenster betrachten, wenn wir auch die einzelnen Ziegel nicht sehen können.

Die Streifen werden auf folgende Weise gebildet: Wenn wir als Lichtquelle den Krater des Kohlebogens benutzen und das Bild des kreisförmigen Ringsystems, das beim Durchgang des Lichts durch ein Interferometer von Fabry und Perot entstehen, auf den Spalt

1) Diese Zeitschr. 8, 607, 1907.

eines Spektroskops entwerfen, so finden wir, daß das kontinuierliche Spektrum von vertikalen dunklen Bogen durchquert wird, die gegen das rote Ende hin konvex sind. Diese Bögen sind die Örter jener Wellenlängen, denen die halbversilberten Platten des Interferometers den Durchgang nicht gestatten. Wenn der Mittelpunkt des Ringsystems in der Mitte des Spalts liegt, so werden die über und unter der Mitte liegenden Teile des Spalts von solchen Strahlen beleuchtet, welche die Luftschicht zwischen den Platten in schräger Richtung durchlaufen haben und infolgedessen einen kleineren Gangunterschied besitzen, und zwar ist die Formel für den Gangunterschied

$$e = 2T \cos \theta,$$

wo T die Dicke der Schicht und θ der Winkel ist, den die Strahlen mit der Normalen bilden.

In dem Maße, wie man die Interferometerplatten voneinander entfernt, werden die dunklen Bögen enger und zahlreicher, bis das Spektroskop sie schließlich nicht mehr aufzulösen vermag. Wenn wir nun außer dem kontinuierlichen Spektrum ein helles Linienspektrum haben, werden die Linien die Bögen durchschneiden, wie es Fig. 1 zeigt, dergestalt, daß

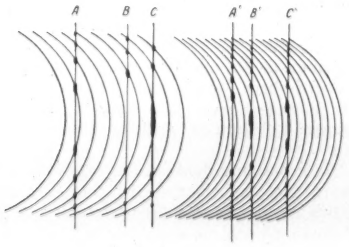


Fig. 1.

das Licht in der Linie in jedem Schnittpunkt fehlt. Diese dunklen Flecken in den Spektrallinien sind die Querschnitte der kreisförmigen Interferenzringe. In Fig. 1 ist die Linie A im Spektrum so angeordnet, daß bei einem gegebenen Abstand der Interferometerplatten vier dunkle Ringe auftreten, während die Mitte des Systems hell ist. Die Linie C dagegen zeigt eine von drei Ringen umgebene dunkle Mitte. Die Linien A', B', C' zeigen den Sachverhalt für den Fall, daß die Interferometerplatten durch eine dickere Luftschicht voneinander getrennt sind. Hier erscheinen in jeder Linie sieben Ringschnitte. Dies ist einfach eine andere Art und Weise, darzutun, daß das Ringsystem kleiner wird, wenn die Platten voneinander entfernt werden. Es ist hier nicht angenommen, daß die Linien A', B', C' dieselben sind wie die Linien A, B, C.

In Fig. 2[1]) haben wir eine photographische Aufnahme der grünen und der blaugrünen Aluminiumbande, die unter den angegebenen Versuchsbedingungen gemacht worden ist. Diese Aufnahme zeigt Muster, die aus geschlossenen Kurven von elliptischer oder kreisförmiger Gestalt gebildet werden. Diese Muster erscheinen immer dann, wenn der Kopf der Bande auf der Seite der kurzen Wellenlängen liegt. Wenn die Bande nach der anderen Seite hin zeigt, so werden die Muster von Kurven von hyperbolischer Form gebildet, wie es Fig. 3 zeigt. Diese Figur ist eine photographische Aufnahme einer Bande des Kohlebogens, deren Kopf bei 5165 Å.-E. liegt.

Solche Linien, die nicht eigentlich der Serie angehören, welche die Bande ausmacht, erzeugen Knicke in den Mustern; ein solcher besonders hervortretender Knick ist in Fig. 3 durch einen Pfeil bezeichnet. Eine sorgfältige Betrachtung dieser Figur lehrt weiter, daß die Bande aus zwei übereinander gelagerten Linienserien besteht. Wir haben nämlich eine dunkle Serie von Hyperbeln, über die sich eine schwächere Serie überlagert, die fast genau gegen die erste versetzt ist. Daß diese Muster das Vorhandensein einer Struktur zeigen, die außerhalb des Auflösungsvermögens des Spektroskops liegt, das benutzt wurde, um sie zu photographieren, zeigt deutlich die Fig. 2, denn von den Linien, welche die Banden bilden, ist in der Umgebung der „Köpfe" in der schmalen Aufnahme des Aluminiumspektrums, die mit derselben Spaltbreite nach Entfernung des Interferometers aus der Bahn des Lichts gemacht worden ist, keine Spur zu sehen.

Um festzustellen, welchen Einfluß das Gesetz, das die Verteilung der Linien beherrscht, auf das Aussehen der Banden im Spektrum hatte, stellte ich eine Anzahl Nachahmungen von Spektren dadurch her, daß ich mit einer Teilmaschine in die Schicht einer ohne Belichtung fixierten Platte Linien einritzte, deren Verteilung irgendeinem bestimmten Gesetz folgte. Diese Platten legte ich dann auf das Photogramm des Spektrums einer weißen Lichtquelle, welches die oben erwähnten dunklen Bögen enthielt. Sofort erschienen die symmetrischen Banden.

Zwei Photogramme der übereinander gelagerten Platten sind in Fig. 4 und 5 wiedergegeben. Bei dem ersteren ist der Kopf der Linienserie dem langwelligen Ende des Spektrums zugekehrt, bei letzterem nach der anderen

1) Die Figuren 2—5 befinden sich auf Tafel XXVI.

Seite gerichtet. Im einen Falle haben wir die Hyperbeln und im anderen die Ellipsen. Die künstlichen Linienserien erscheinen allein am oberen Ende jedes Bildes, und die Banden treten nur dort auf, wo sie die dunklen Bögen schneiden, die durch die von den halbversilberten Platten bewirkte Interferenz hervorgerufen werden.

Ehe dieses Verfahren beim Studium von Banden- und Linienspektrum großen Nutzen wird bieten können, wird es einer ausführlicheren Untersuchung des Gegenstandes bedürfen. Der Zweck der vorliegenden Veröffentlichung ist denn auch nur, die Aufmerksamkeit auf die Möglichkeiten des Verfahrens zu lenken. Ich denke nicht, daß ich selbst die Erforschung dieses Gegenstandes weiterführen werde, wenigstens einstweilen nicht, und ich hoffe, daß andere Forscher in der Lage sein werden, den Gedanken weiter zu entwickeln.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 9. Juni 1913.)

Zusammenfassender Bericht über Versuche mit Wismutthermosäulen. (Summary of Tests made on Bismuth Thermopiles.)

Von Wm. W. Coblentz.

Während des verflossenen Jahres sind verschiedene Versuche über die Verbesserung der Strahlungsempfindlichkeit von Thermosäulen aus Wismut und irgendeinem anderen Metall, wie Silber, Eisen usw., angestellt worden. Die Ergebnisse dieser Versuche werden hiermit veröffentlicht, in der Hoffnung, daß sie für andere von Nutzen sein können.

Auf den Ausdruck „Strahlungsempfindlichkeit" ist Nachdruck zu legen, denn das Thermoelement, das die höchste Wärmeempfindlichkeit (EMK.) liefert, ist nicht notwendig das mit der höchsten Strahlungsempfindlichkeit.

Was die Strahlungsempfindlichkeit angeht, so hat Johansen[1]) theoretisch gezeigt: 1. daß die Halbmesser der beiden Drähte des Elements so gewählt werden sollten, daß das Verhältnis zwischen dem Wärmeleitvermögen und dem elektrischen Widerstand bei beiden dasselbe ist; 2. daß der Wärmeverlust durch Leitung seitens der Drähte dem Wärmeverlust durch Strahlung von der Lötstelle aus gleich sein soll, und 3. daß die Strahlungsempfindlichkeit der Quadratwurzel der exponierten Fläche proportional ist. Johansens Ausführung war indessen insofern mangelhaft, als er die „kalten", unexponierten Lötstellen unmittelbar mit den Metallstäben verband, die das Instrument tragen, und leider folgen manche Fabrikanten von Thermosäulen jetzt seinem Beispiel.

Das wichtigste Erfordernis beim Bau von Thermosäulen ist Symmetrie zwischen den „heißen" und den „kalten" Lötstellen, gerade wie bei Bolometern. Die unexponierten Lötstellen müssen mit Empfängern von derselben Größe und demselben Emissionsvermögen bedeckt sein wie die exponierten. Ferner müssen alle Lötstellen von den Stützen frei sein, so daß sie schnell die Temperatur der umgebenden Luft annehmen können, die durch die einfallenden Strahlungen erwärmt wird. Wenn die unexponierten Lötstellen unmittelbar mit den Metallstiften verbunden sind, die als Halter für die Elemente dienen, wird der Galvanometerspiegel „kriechen", so daß es praktisch unmöglich ist, eine solche „unsymmetrische" Thermosäule mit einem empfindlichen Galvanometer zu benutzen.

Das Neue an den Thermosäulen, wie sie im Bureau of Standards gebaut werden, ist der Empfänger, der, wie ein Bolometerempfänger, ganz und gar opak hergestellt werden kann und so angeordnet werden kann, daß er eine große Fläche darbietet[1]). Das Gesetz von der Quadratwurzel kann natürlich für einen mit einem Thermoelement verbundenen, sehr großen Empfänger nicht gelten. Bei Verwendung von Wismutdraht von 0,1 mm Durchmesser ergab sich, daß die günstigste Länge für den Empfänger 2,5 bis 3 mm war, was indessen genügend ist (siehe a. a. O.), um die Konstruktion eines großen Empfängers unter Verwendung vieler Lötstellen zu ermöglichen. Wie wichtig es ist, die theoretischen Schlußfolgerungen experimentell zu prüfen, zeigt sich weiter im Hinblick auf das Gesetz von der Quadratwurzel. Beispielsweise sind vier Empfänger mit exponierten Flächen von je 1×1 mm² doppelt so empfindlich wie ein einziger Empfänger von 1×4 mm². Experimentell bietet es dagegen bei Verwendung 0,1 mm starken Wismutdrahts nur geringen Vorteil, mehr als zwei Lötstellen auf 1 mm Länge des zusammengesetzten Empfängers anzuordnen.

Es ist dargetan worden (siehe a. a. O.), daß, um den Widerstand niedrig zu halten, der beste

1) Johansen, Ann. d. Phys. (4) **33**, 517, 1910.

1) Bull. Bur. Stand. **9**, 7, 1912. (Diese Veröffentlichung soll weiterhin im Text als „a. a. O." bezeichnet werden.)

Durchmesser des Wismutdrahts 0,1 mm ist. Der geeignete Durchmesser für Silber- oder Kupferdraht ist 0,036 bis 0,038 mm. Trotz der Theorie, die einen Draht mit größerem Durchmesser verlangt haben würde, ergab sich, daß ein 0,036 mm dicker Eisendraht in Verbindung mit Wismut ungefähr um 9 v. H. empfindlicher in radiometrischer Hinsicht war als eine ähnliche Probe von 0,0418 mm Durchmesser. (Bei diesen Untersuchungen sind die Empfänger gleich groß — siehe a. a. O., Fig. 2 — und werden abwechselnd, oder gleichzeitig für den Differentialausschlag, exponiert.) Um den Widerstand noch weiter herabzusetzen, werden zwei Elemente durch Verbindung mit einem einzigen Empfänger parallel geschaltet. Diese Elementepaare werden dann in Reihe geschaltet.

Es hat sich herausgestellt, daß die thermoelektromotorische Kraft verschiedener Wismutproben bei nur geringer Änderung des Widerstands zwischen 75 und 82 Millivolt per Grad schwankt. Es ist daher notwendig, das zu verwendende Material zu untersuchen.

Bei den nachstehenden Untersuchungen war das eine Ende des Wismutdrahts mit Silber (0,036 mm), das andere mit Eisen verbunden, und beide waren mit Empfängern von derselben Fläche bedeckt.

Eine Probe von Stahldraht (0,036 mm im Durchmesser), die in Verbindung mit Wismut eine EMK. von 9 Millivolt hatte, ergab eine um 23 v. H. höhere Strahlungsempfindlichkeit als die andere Lötstelle von Wismut und Silber. Eine Probe Eisendraht (0,036 mm stark, mit Wismut verbunden) mit einer EMK. von 13,5 Mikrovolt war um 28 v. H. empfindlicher als das Element Wismut-Silber. Die Empfindlichkeitssteigerung beim Eisen gegenüber dem Stahl war nicht so ausgeprägt, wie erwartet worden war. Da es indessen schwierig ist, mehr als zwei Elemente auf 1 mm der Länge des Empfängers anzuordnen, wird es einen entschiedenen Vorteil bedeuten, Wismut-Eisen-Elemente zu benutzen, wenn sich das Instrument zum Schutze gegen Rost in einem Vakuum befindet. Den Widerstand hält man dadurch niedrig, daß man zwei Elemente in Parallelschaltung mit demselben Empfänger verbindet.

Für Arbeiten in Luft, die Schwefeldämpfen ausgesetzt ist, wird vermutlich eine Thermosäule aus Wismut und Kupfer eine solche aus Wismut und Eisen oder Silber überdauern. In allen Fällen gibt man indessen den Drähten einen dünnen Schellacküberzug.

Der Wismutdraht läßt sich nicht walzen. Man kann ihn aber leicht durch Pressen des (auf die für die Thermosäule passende Länge zugeschnittenen) Drahtes zwischen Glasplatten flach machen. Die untersuchten Proben hatten einen Durchmesser von 0,1 mm und wurden auf eine Breite von 0,25 bis 0,3 mm bei einer Dicke von 0,04 mm gepreßt. Wenn sie dünner gepreßt werden, nimmt die Brüchigkeit zu.

Um die Strahlungsempfindlichkeit zu prüfen, wurde ein 3 mm langer flacher Wismutdraht an ein ähnliches Stück des runden Drahtes angeschweißt. Die freien Enden wurden an Silberdrähte (von 0,036 mm Durchmesser) angeschlossen, und an diese Lötstellen wurden Empfänger von $1{,}5 \times 1$ mm befestigt, die mit Lampenruß bestrichen und angeräuchert wurden. Bei Exposition gegen Strahlung (in abwechselnder Reihenfolge oder gleichzeitig) ergab sich, daß der flache Draht eine um etwa 9 v. H. höhere Strahlungsempfindlichkeit hatte als der runde. Der flachgepreßte Draht ist bequem zu handhaben, und es ist daher wünschenswert, die Thermosäule aus flachem Draht herzustellen, wodurch die Wärmeleitung verringert wird.

Eine Erniedrigung des Gasdrucks auf 0,1 mm beseitigt Luftströmungen und verdoppelt die Empfindlichkeit.

Wegen der hohen Empfindlichkeit dieser Anordnung dürfte es wünschenswert erscheinen, sie mit einer Registriervorrichtung zu verbinden und ihre Brauchbarkeit zur Messung der Sonnenstrahlung an der Erdoberfläche und in den höchsten mit einem Ballon erreichbaren Höhen zu prüfen. Ihre Vereinigung mit dem Radiomikrometer (siehe a. a. O.) ist ebenfalls von Bedeutung. Im Zusammenhange hiermit dürfte es wünschenswert erscheinen, die Anordnung so zu bauen, daß sie den Anforderungen an den Widerstand für die kritische Dämpfung in Drehspulgalvanometern entspricht, und nicht der älteren, von Boys ausgearbeiteten Theorie zu folgen, die nur eine einzige Drahtwindung und ein einziges Thermoelement fordert.

Die Anwendung dieser Instrumente zur Messung der Strahlung von Sternen, Feuerfliegen usw. erscheint wertlos, sofern man nicht Absorptionsfilter benutzt, um die Strahlungsmenge in verschiedenen Teilen des Spektrums zu bestimmen. Sonst ist die Messung nicht viel mehr als eine Prüfung der Empfindlichkeit des Strahlungsmessers.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 5. Juni 1913.)

Über das Leitvermögen sehr dünner Flüssigkeitsschichten.

Von A. Ungerer.

In einer Reihe früherer Arbeiten ist das Leitvermögen sehr dünner Flüssigkeits-[1]) und Metallschichten[2]) untersucht und als abhängig von der Schichtdicke gefunden worden.

Gegen alle diese Versuche lassen sich eine Reihe von Einwänden geltend machen und sind auch zum Teil geltend gemacht worden[3]). Seifenlösungen stellen nicht eine einheitliche Substanz dar, sondern ein Produkt, das zum Teil aus durch Hydrolyse entstandener freier Ölsäure besteht; diese bildet vermöge ihres geringeren spezifischen Gewichts hauptsächlich die Oberflächenschichten und macht daher jedes Resultat unsicher.

Es schien daher von Interesse, durch geeignete Versuche an Lösungen gewöhnlicher Elektrolyte Änderungen der Leitfähigkeit nachzuweisen.

Allerdings gestattete die angewandte Methode nicht die Herstellung so dünner Schichten, wie sie die Seifenlamellen darstellen, denn bei der vorliegenden Untersuchung handelt es sich um Dicken von der Größenordnung von 10^{-4} mm.

Das Resultat möge vorausgenommen werden. Bei Schichten von Kochsalz- und Silbernitratlösungen verschiedener Konzentration konnte bei einer Dicke von ca. 10^{-4} mm keine Abweichung des Leitvermögens von dem gewöhnlichen Werte nachgewiesen werden.

I. Apparat und Versuchsanordnung.

Die dünne Flüssigkeitsschicht wurde erzeugt, indem man zwei Glasplatten aufeinander preßte. Die beiden Stücke wurden bei Steeg & Reutter geschliffen.

Die eine Platte wurde aus einer Linse von 6,5 cm Durchmesser hergestellt. Es wurde in der aus Fig. 1 ersichtlichen Weise eine zentrische Durchbohrung von 20 mm lichter Weite angebracht. Senkrecht zu deren Achse ist die Fläche AB geschliffen. CD besitzt gegen AB eine Neigung von 5°, um störende Reflexion zu beseitigen.

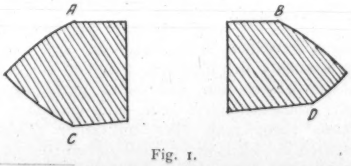


Fig. 1.

Die zweite Platte ist eine kreisrunde Scheibe von 50 mm Durchmesser. $A'B'$ ist vollkommen plan geschliffen, $C'D'$ unter einem Winkel von 5° dagegen (Fig. 2).

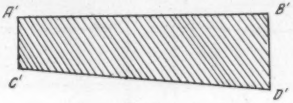


Fig. 2.

AB (Fig. 1) ist so geschliffen, daß beim Aufeinanderlegen der beiden Stücke zwischen AB und $A'B'$ eine dünne Schicht entsteht, die genau konzentrisch zu der Durchbohrung Newtonsche Farbenringe bis 5. Ordnung zeigt.

Der Brechungsexponent des Glases ist 1,6, so daß die Interferenzfarben selbst bei Lösungen mit verhältnismäßig hohem Brechungsindex noch gut zu sehen sind.

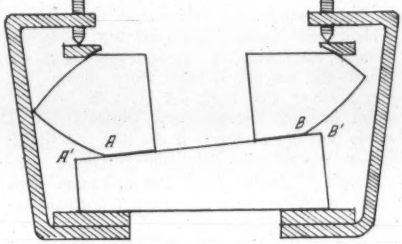


Fig. 3.

Ein versilbertes Messinggestell mit 6 Schrauben dient zum Zusammenpressen der Gläser in der aus Fig. 3 ersichtlichen Weise. Diese ganze Vorrichtung wurde in ein Glasgefäß gesetzt und wird im folgenden immer mit I bezeichnet.

Als Elektroden dienen 1. eine runde Platin-(Silber-)scheibe, welche in die Bohrung der oberen Platte taucht, 2. ein Ring aus schmalem Platin-(Silber-)band, welcher außen um die dünne Schicht $ABA'B'$ herumläuft.

Zur Untersuchung gelangten Kochsalzlösungen in Konzentrationen von 2,5—26,4 Proz.

1) Versuche an Seifenlamellen von A. W. Reinold u. Rücker in Proc. Roy. Soc. **26**, 334, 1877; Phil. Trans. **172**, II, 447, 1881; ebenda **177**, II, 645, 1883.

2) G. Quinke in Wied. Ann. **53**, 618, 1894; Ann. d. Phys. **2**, 414, 1900; G. Vincent, Journ. d. Phys. **3** (IX), 78, 1900; Miss J. Stone, Phys. Rev. **6**, 1—16, 1898; A. C. Longden, ebenda **11**, 40, 84, 1900; J. Patterson, Phil. Mag. **4**, 653, 1902.

3) G. Quinke, Wied. Ann. **53**, 593, 1894, § 10.

(Elektroden aus platiniertem Platin), später Silbernitratlösung (Elektroden aus Silber). Mit letzterer konnten nur wenig Messungen gemacht werden, weil bei dem hohen spezifischen Widerstand eine genaue Brückeneinstellung nicht mehr möglich war.

Die Widerstandsmessungen wurden mit Induktorium, Brücke, Telephon oder Gleichstrom und Galvanometer (1 Skt. $= 5{,}7 \cdot 10^{-9}$ A) angestellt.

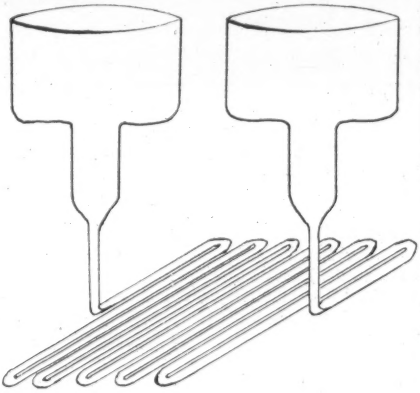


Fig. 4.

Dabei wurde der Widerstand der dünnen Schicht mit einem Widerstand aus derselben Lösung verglichen, zu dessen Herstellung ein Gefäß mit langem dünnen Rohr diente, wie Fig. 4 zeigt. Das Rohr ist ca. 1 m lang bei 2 mm innerem Durchmesser. Dieses Gefäß II wurde mit I zusammen in ein Bad von destilliertem Wasser oder Petroleum gestellt.

Nach Umlegen einer Wippe konnte man dann den Widerstand von II nach der gewöhnlichen Methode bestimmen.

II. Gang der Messung.

Die beiden Platten von I wurden sorgfältig gereinigt und entfettet, die dünne Flüssigkeitsschicht wurde hergestellt, indem man mehrere Male bei getrennten Platten durch die dünne Schicht $ABA'B'$ mit der zu untersuchenden Flüssigkeit durchspülte. Dann wurden die Platten zusammengesetzt und das selbständige Erscheinen der Newtonschen Farbenringe abgewartet. Erschienen sie konzentrisch zu der Bohrung der oberen Platte, so durfte man annehmen, daß sich in der dünnen Schicht keine festen Körper störender Größe befanden. Darauf wurden vorsichtig die 6 Schrauben des Messinggestells angezogen, bis am äußeren Rand von $ABA'B'$ eben das Grün IV. Ordnung verschwand. Beobachtet wurde von oben bei senkrecht einfallendem Licht. Dann befand sich am inneren Rand der dünnen Schicht ein etwa 2 mm breiter Ring von Strohgelb bis Weißgelb I. Ordnung[1]).

Die oben angegebene Einstellung liegt allen Versuchen zugrunde.

Nachdem in der beschriebenen Weise die dünne Schicht hergestellt war, wurde das Gestell mit den Platten in das zugehörige Glasgefäß eingesetzt, der Innenraum der Bohrung und der Außenraum um die Gläser bis etwa 5 mm über den Rand von $ABA'B'$ mit Flüssigkeit gefüllt und die Elektroden eingetaucht.

Nachdem auch Gefäß II mit der Lösung gefüllt war, wurden beide nebeneinander in das Bad gestellt. Man wartete eine Zeitlang, bis alles gleiche Temperatur angenommen hatte, prüfte die Farbeneinstellung von I noch einmal nach, und ging dann zur Einstellung der Brücke über.

Zuerst wurde I mit II verglichen, die Einstellung an der Brücke ein paarmal geprüft, dann wurde die Wippe umgelegt und der Widerstand von II gemessen. Nach der Messung wurde die Farbeneinstellung noch einmal kontrolliert. War sie konstant geblieben, so wurde die ganze Messung wiederholt.

Da die Widerstandskapazität der dünnen Schicht nicht bekannt ist, so kann der absolute Wert des Leitvermögens der Flüssigkeit in der Schicht, welches eigentlich der Zweck der Messung sein sollte, nicht bestimmt werden. Untersucht man aber verschiedene Substanzen oder ein und dieselbe bei verschiedener Konzentration und sorgt dafür, daß die Widerstandskapazität jedesmal dieselbe ist, was eben durch die Farbeneinstellung geschieht, so kann man entscheiden, ob das Verhältnis $\frac{\text{Leitfähigkeit in dünner Schicht}}{\text{gewöhnliche Leitfähigkeit}}$ immer denselben Wert hat, oder sich ändert. Die Resultate der Messungen in den folgenden Tabellen zeigen nun, daß dieses Verhältnis bei allen Konzentrationen ein und dasselbe ist. Daraus kann man aber mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit den Schluß ziehen, daß auch der absolute Wert der Leitfähigkeit des untersuchten Elektrolyten in Schichten von 10^{-4} mm

1) Ich versuchte gelegentlich durch stärkeres Pressen den „Schwarzen Fleck" zu erhalten, doch gelang mir dies nur, wenn sich Luft zwischen den Platten befand. Bei Flüssigkeiten konnte ich so weit pressen, bis die ganze Fläche $ABA'B'$ von gleicher Farbe erfüllt war, aber weiter als bis zu Weißgelb I. Ordnung kam ich nie.

Dicke noch mit dem gewöhnlichen übereinstimmt.

Ausschlaggebend für das Folgende ist, daß man durch Einstellen auf die Farbe am äußeren Rand immer dieselbe Schichtdicke reproduzieren kann, wie Tabelle I zeigt. Die Zahlen dieser Tabelle wurden an ein und derselben Lösung ($NaCl$ 5 Proz.) erhalten.

Durch Anziehen und Lockern der Schrauben wurde auf die in der ersten Kolumne angeführte Farbe eingestellt. Die zweite Kolumne gibt die zugehörigen Brückeneinstellungen beim sukzessiven Zusammenpressen, die dritte beim Lockern der Schrauben. Man sieht, daß jeder Farbe in beiden Fällen gleiche Einstellungen entsprechen. Übrigens wurde auch bei der folgenden Untersuchung in ganz unregelmäßiger Folge bei derselben Farbeneinstellung dieselbe Brückeneinstellung erhalten, wie Tabelle II zeigt. Kolumne 4 enthält die den Brückeneinstellungen entsprechenden Widerstandswerte.

Unter Grün IV. Ordnung ist die angewandte Einstellung gegeben. Man sieht ferner aus der Tabelle, daß eine geringe Farbenverschiebung am äußeren Rand von $ABA'B'$ eine bedeutende Widerstandsänderung hervorruft.

Tabelle I ($NaCl$ 5 Proz.).

Farbe am äußeren Rand		Brückeneinstellung beim Pressen	Brückeneinstellung beim Lockern	Widerstand in Ω
Matt Rot	V. Ordn.	1,688	1,688	48,200
Rot	IV. „	1,985	2,003	57,300
Graugrün	IV. „	2,279	2,300	65,800
			2,333	
Grün	IV. „	2,846		
		2,906	2,876	81,500
		2,802		
Purpur	III. „	—	3,149	89,800
Rotgelb	III. „	3,587	3,673	104,500
			3,630	
Grünl. Blau	III. „	4,181	—	120,000

III. Resultate.

A. Versuche mit Kochsalzlösungen in Konzentrationen von 2,5 Proz., 5 Proz., 10 Proz., 15 Proz., 20 Proz., 26,4 Proz. Das Messinggestell war noch nicht versilbert.

Tabelle II gibt die Zahlen und zwar in der ersten Spalte die Konzentrationen, in der zweiten die Verhältniszahl der Widerstände von I und II, in der dritten den Widerstand von II in Ω, in der vierten den Beobachtungstag.

Die Zahlen zeigen recht gute Übereinstimmung. Kleine Abweichungen sind darauf zurückzuführen, daß entweder sehr feine Verunreinigungen der Lösung ein gleichmäßiges Zusammenpressen der Gläser verhinderten, oder daß man eben nicht ganz genau auf dieselbe Farbe eingestellt hatte, wodurch, wie Tabelle I zeigt, recht beträchtliche Änderungen im Widerstand der dünnen Schicht hervorgerufen werden können.

Tabelle II.

$NaCl$	I zu II	II in Ω	Tag
2,5 Proz.	2,115	48 140	6. XI. 1912
	2,096	48 480	14. XI. 1912
	2,077	48 480	14. XI. 1912
	2,165	49 170	7. XI. 1912
	2,155	—	7. XI. 1912
5 „	2,175	28 310	7. XI. 1912
	2,165	28 610	7. XI. 1912
	2,175	29 370	5. XI. 1912
	2,165	29 840	5. XI. 1912
	2,106	30 000	5. XI. 1912
	2,103	29 370	6. XI. 1912
	2,096	—	6. XI. 1912
10 „	2,279	15 910	30. X. 1912
	2,165	16 180	30. X. 1912
	2,155	16 250	7. XI. 1912
15 „	2,205	11 000	7. XI. 1912
	2,165	11 400	7. XI. 1912
	2,165	—	7. XI. 1912
	2,247	11 180	16. XI. 1912
	2,205	11 180	16. XI. 1912
20 „	2,115	10 080	14. XI. 1912
	2,180	10 450	15. XI. 1912
	2,175	11 100	16. XI. 1912
	2,205	10 500	16. XI. 1912
	2,175	10 280	16. XI. 1912
	2,165	10 500	16. XI. 1912
26,4 „	2,165	9 900	16. XI. 1912

B. Für die folgenden Untersuchungen mit Silbernitratlösungen wurde das Messinggestell versilbert. Danach erhielt ich eine stärkere Zusammenpressung der Platten, denn der gelbweiße Ring in der Mitte war breiter geworden. Dies mag wohl daher kommen, daß die Ober-

Tabelle III.

1. Kontrollversuche mit $NaCl$-Lösung in beliebiger Konzentration.

Nr.	I zu II	II in Ω	I. in Ω
1.	2,717	10 960	29 500
2.	2,788	10 960	30 300
3.	2,731	10 920	29 700
4.	2,745	10 920	29 900
5.	2,846	10 920	30 900
6.	2,937	10 920	31 900
7.	2,984	10 920	32 500
8.	2,788	10 920	30 300
9.	2,876	—	31 300
	2. Versuch mit $AgNO_3$ 25 Proz.		
1.	2,906	47 100	136 200
2.	2,846	47 100	133 500

flächen der Platten, welche eine Zeitlang im Wasser gelegen hatten, von diesem etwas angegriffen worden waren.

Im übrigen war die Methode dieselbe wie oben.

Sehr feine Silberteilchen, welche sich immer an den rauhen Teilen des Glases bildeten, waren bei den Versuchen sehr störende Verunreinigungen.

C. Zur Kontrolle wurden einige Versuche mit Gleichstrom und Galvanometer gemacht, welche im wesentlichen dieselben Werte für den Widerstand der dünnen Schicht bei Silbernitrat von 25 Proz. lieferten.

Zusammenfassung.

1. Es wurde eine Methode angewandt, welche gestattet durch Einstellung nach Newtonschen Farbenringen zwischen zwei Glasplatten bestimmte, sehr dünne, bequem reproduzierbare Flüssigkeitsschichten (Dicke etwa 10^{-4} mm) herzustellen.

2. Es wurde gezeigt, daß für $NaCl$ und $AgNO_3$ das Verhältnis

$$\frac{\text{Leitfähigkeit in dünner Schicht}}{\text{gewöhnliche Leitfähigkeit}}$$

von der Konzentration unabhängig ist mit einer Genauigkeit von ca. ± 3 Proz.

Straßburg i. Els.

(Eingegangen 22. Mai 1913.)

Neue Untersuchungen über die ionomagnetischen Drehungen.
(Nuove ricerche sulle rotazioni ionomagnetiche.)

Von A. Righi[1].

1. — Einleitung.

Die ionomagnetischen Drehungen[2]) sind ein Differentialphänomen; sie beruhen nämlich darauf, daß — je nach den Umständen — die von den positiven Ionen ausgeübte Wirkung überwiegt oder die von den negativen Ionen und den Elektronen im entgegengesetzten Sinne ausgeübte. Ich habe mir daher gedacht, daß man beträchtlichere Wirkungen erhalten würde, wenn man die Wirkung einer der beiden Ionengattungen ausschalten könnte. Zu diesem Zwecke habe ich den drehbaren Körper elektrisiert. Es ist nämlich klar, daß dann die Wirkung jener Ionen, deren Vorzeichen dem der Ladung dieses Körpers entgegengesetzt ist, wachsen wird, da der Körper diese Ionen anzieht, und daß zugleich die Wirkung der mit der Ladung des Körpers gleichnamigen Ionen geschwächt und unterdrückt werden wird. Da nun auch der elektrisierte bewegliche Körper als Elektrode wirken wird, so wird man nicht nötig haben, eine andere unabhängige ionisierende Wirkung mitspielen zu lassen.

Ein erster Versuch, über den ich an anderer Stelle[1]) Angaben gemacht habe, lieferte das vorausgesagte Ergebnis. Dies ermutigte mich, die Erscheinung der ionomagnetischen Drehung elektrisierter Körper sorgfältig zu untersuchen. Diese ist in Wirklichkeit weniger einfach, als sie auf den ersten Blick zu sein schien, und bietet ein besonderes Interesse wegen ihrer Beziehungen zu den gewöhnlichen elektromagnetischen oder elektrodynamischen Drehungen.

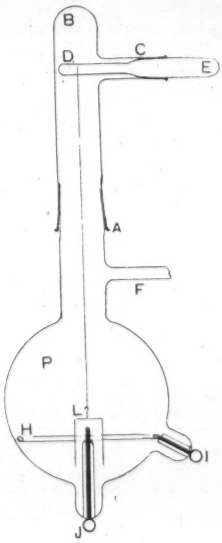


Fig. 1.

2. — Demonstrationsapparate.

Die endgültige Gestalt, die ich dem Versuch gab, durch den die neuen ionomagnetischen Drehungen demonstriert werden, wird durch die beiden in den Fig. 1 und 2 in $^1/_4$ der wirklichen Größe dargestellten Apparate gekennzeichnet.

1) Zusammenfassender Bericht. Wegen der ausführlichen Veröffentlichung siehe Rendiconti della Reale Accademia di Bologna, 16. Febr. 1913.

2) Diese Zeitschr. **13**, 755, 873, 1912.

1) Lincei Rendic., 1. Dez. 1912.

Die Glaskugel P (Fig. 1) ist durch einen Schliff mit dem Rohr AB verbunden. Dieses trägt einen seitlichen Ansatz C, in dem sich das Rohr DE gut schließend drehen kann. Ein anderes seitliches Ansatzrohr F geht vom Halse der Kugel aus und dient zur Verbindung mit der Pumpe. Die Kugel trägt zwei Elektroden. Die eine Elekrode, J, besteht aus einem Aluminiumstäbchen, das zum großen Teil von einem Glasröhrchen umgeben ist, und die andere Elektrode, I, setzt sich in einen Ring H fort. Der bewegliche Körper ist ein sehr leichter Aluminiumzylinder L, der an einem Kokonfaden befestigt ist, welcher mehr oder minder weit um das Rohr DE gewickelt ist. Die Zylinder, wie L, sind gewöhnlich aus Blättchen von nicht mehr als $^1/_{50}$ mm Stärke hergestellt.

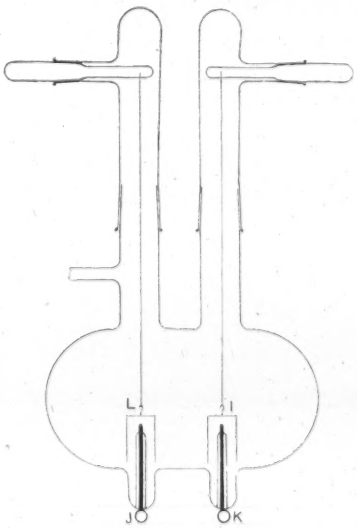


Fig. 2.

Der in Fig. 2 dargestellte Apparat enthält zwei bewegliche Zylinder I und L, in welche zwei Elektroden J, K hineinreichen; diese Elektroden sind der in Fig. 1 mit J bezeichneten durchaus ähnlich.

Unter dem einen oder dem anderen Apparate ist eine große Spule mit vertikaler Achse aufgestellt (die Spule ist in den Figuren nicht wiedergegeben), mit deren Hilfe im geeigneten Augenblick ein Magnetfeld erregt wird.

Wenn man, nachdem man die Luft bis auf einige Zehntel oder einige Hundertstel Millimeter verdünnt hat, das Magnetfeld erregt, so beginnt der Zylinder in Fig. 1 sich zu drehen, und zwar im Sinne des in der Spule fließenden Stromes, wenn die Elektrode J negativ ist. Wenn man die Zeichen vertauscht oder das Feld umkehrt, so kehrt sich der Drehungssinn um.

In dem in Fig. 2 dargestellten Apparate kreisen beide Zylinder, und zwar der eine im einen Sinne, der andere im entgegengesetzten. Natürlich kehren sich alle beide Drehungen um, wenn man die Vorzeichen der Elekroden vertauscht, oder wenn man das Magnetfeld umkehrt.

In Wirklichkeit verhält sich jeder der beiden Zylinder so, als ob er unmittelbar mit der in ihm enthaltenen Elektrode verbunden wäre, also als ob der Zylinder selbst Elektrode wäre. Wenn der Zylinder als Kathode wirkt, wird er daher von positiven Ionen getroffen, und wenn er als Anode wirkt, wird er von negativen Ionen und von Elektronen gestoßen. Die Bahnen werden durch das Magnetfeld im entsprechenden Sinne um die Drehungsachse des Zylinders herumgebogen, und auf diese Weise entsteht die Drehbewegung. Beobachtet man im Dunkeln das Aussehen des Lichts der Entladung, wenn der Verdünnungsgrad und die Stromstärke die geeignetsten Werte haben, so erkennt man, daß die in das Innere der beweglichen Zylinder hineinreichenden feststehenden Leiter in der Hauptsache die wahren Elektroden bilden. Die Sache ist besonders klar dann, wenn der aufgehängte Zylinder auch oben offen ist. Aber das ändert nichts daran, daß die beweglichen Zylinder in Fig. 1 und 2 elektrisiert erhalten bleiben, und zwar jeder mit dem Vorzeichen der in ihm enthaltenen eigentlichen Elektrode. Daher wird der Zylinder sich, wenn er auch zu der Leuchterscheinung wenig beiträgt, doch wie eine Elektrode verhalten, insofern als er die elektrischen Teilchen (Ionen oder Elektronen) gleichen Vorzeichens abstößt und jene entgegengesetzten Vorzeichens anzieht, die ihm dann unter dem Einflusse des Feldes durch ihre Stöße die Drehung erteilen.

Der bewegliche Zylinder wirkt indessen wirklich als Elektrode, wenn die Verdünnung schwach ist, und wenn zwischen seiner Innenfläche und der in ihm enthaltenen Elektrode ein ziemlich großer Abstand ist. Wenn er dann aber mit seiner Außenfläche als Kathode wirkt, wirkt er mit seiner Innenfläche, die der feststehenden Elektrode zugekehrt ist, als Anode, und umgekehrt. Infolgedessen wird die Erscheinung weniger einfach (siehe Abschnitt 5d am Ende).

Die Drehungen, die man mit den beiden beschriebenen Apparaten erhält, sind im all-

gemeinen schneller als die an anderer Stelle beschriebenen Drehungen nicht elektrisierter Körper. Wenn man den Versuch sehr lange andauern läßt, nimmt natürlich die Winkelgeschwindigkeit wegen der Torsion des Aufhängefadens schließlich ab und wird dann null. Wenn man statt der Influenzmaschine, die einen Strom von ungefähr $^1/_3$ Milliampere liefert, als Stromquelle eine Batterie von 1000—2000 kleinen Sammlern benutzt und (mit Hilfe von eingeschalteten Flüssigkeitswiderständen) dem Strom eine Stärke bis zu 2 oder 3 Milliampere gibt, so werden die Drehungen sehr schnell. In diesem Falle könnte man den Aufhängedraht fortlassen und den kreisenden Körper wie eine Kompaßnadel auf eine Spitze aufsetzen.

Es ist auch möglich, den Kokonfaden durch einen dünnen Metalldraht ($^1/_{50}$ mm starken Platindraht) zu ersetzen, wodurch dann die Elektroden J in Fig. 1, und ebenso J und K in Fig. 2, überflüssig werden. Dann aber kommt zu der ionomagnetischen Wirkung die elektromagnetische Wirkung desselben Sinnes hinzu, die das Feld auf die Ströme ausübt, welche die obere Endfläche und einen Teil der Erzeugenden des Zylinders durchfließen, und die Erscheinung verliert dann teilweise den ihr eigentümlichen Charakter.

3. — Die Bahn eines elektrisierten Teilchens zwischen koaxialen zylindrischen Elektroden bei Einwirkung eines Magnetfeldes.

Es könnten Zweifel über die Erklärung der neuen ionomagnetischen Drehungen entstehen, insofern als diese auftreten, während außer einem Magnetfeld auch ein elektrisches Feld vorhanden ist, das bei den früher untersuchten Drehungen nicht vorhanden war. Man tut also gut daran, sich davon zu überzeugen, daß die damals gegebene Erklärung auch im vorliegenden Falle gültig bleibt, obwohl die Gestalt der Bahnen verändert wird.

Zu diesem Zwecke erweist es sich als nützlich, den einfachsten Fall zylindrischer Elektroden mit gemeinsamer Achse und unendlicher Länge bei gleichförmigem, in Richtung dieser Achse verlaufendem Magnetfelde zu betrachten. Dann wird die Deutung im Falle des in Fig. 1 dargestellten Versuchs klar werden, da dieser Fall sich dem theoretischen sehr nähert, zumal wenn man sich den Ring H in Fig. 1 durch einen hohen Zylinder ersetzt denkt, wodurch die beobachteten Erscheinungen nicht merklich verändert werden.

Es seien in Fig. 3 R_1 und R_2 die Halbmesser der Querschnitte der beiden Zylinder in der

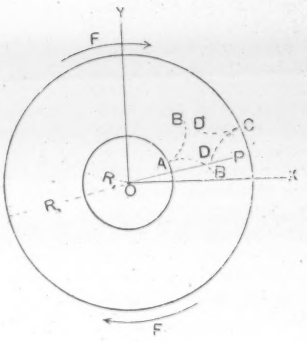


Fig. 3.

Zeichnungsebene, die senkrecht zu ihrer durch O gehenden Achse liegen möge. V sei das Potential in einem Punkte zwischen den Zylindern; es hat die Gestalt:

$$V = a + b \log r,$$

wo r der Abstand dieses Punktes von O ist. Nehmen wir an, daß die Geschwindigkeitskomponente senkrecht zur Zeichnungsebene, die übrigens durch das Magnetfeld nicht verändert werden würde, Null ist, so sind die Gleichungen für die Bewegung einer mit der Masse m verbundenen Ladung $-e$:

$$m \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = e \frac{\partial V}{\partial x} + eH \frac{\partial y}{\partial t},$$

$$m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = e \frac{\partial V}{\partial y} - eH \frac{\partial x}{\partial t},$$

wenn H die Magnetfeldstärke angibt. Die Richtung von H ist so angenommen, daß die Pfeile F die Richtung eines Stromes anzeigen, dem das Feld zugeschrieben werden kann. Bezeichnen wir mit V_1 und V_2 die Potentiale der beiden Elektroden mit den Halbmessern R_1 und R_2, so würden wir für die Bestimmung der Konstanten die Beziehungen

$$a(\log R_2 - \log R_1) = V_1 \log R_2 - V_2 \log R_1,$$
$$b(\log R_2 - \log R_1) = V_2 - V_1$$

erhalten.

Setzen wir nun in die Bewegungsgleichungen die Werte von $\frac{\partial V}{\partial x}$ und $\frac{\partial V}{\partial y}$ ein, so erhalten wir:

$$m \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = eb \frac{x}{r^2} + eH \frac{\partial y}{\partial t},$$

$$m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = eb \frac{y}{r^2} - eH \frac{\partial x}{\partial t}.$$

Wie ich in anderen derartigen Fällen zu tun Gelegenheit hatte, kann man leicht eine erste Integration ausführen, die zur Bestimmung der Geschwindigkeit ausreicht, indem man die beiden Gleichungen addiert, nachdem man einmal die erste mit y und die zweite mit $(-x)$, das zweite Mal die erste mit $\frac{\partial x}{\partial t}$ und die zweite mit $\frac{\partial y}{\partial t}$ multipliziert hat, und dann die Polarkoordinaten r und θ mit den Beziehungen

$$x = r\cos\theta,$$
$$y = r\sin\theta$$

einführt. Dann findet man:

$$v_\theta = \frac{eH}{2m}\cdot\frac{r_0^2 - r^2}{r},$$

$$v^2 = \frac{2eb}{m}\log\frac{r}{r_0},$$

wo v die Geschwindigkeit des Teilchens und v_θ die senkrecht zu r gerichtete Komponente ist.

Im Falle eines positiven Ions mit der Ladung e und der Masse M wird man ähnliche Formeln erhalten, die sich aus den vorstehenden dadurch ableiten, daß das Vorzeichen von e vertauscht und m in M verwandelt wird.

Falls die Elektrode mit dem Halbmesser R_1 Kathode ist ($b > 0$), und ein Elektron ohne Anfangsgeschwindigkeit von ihr ausgeht, erhält man:

$$v_\theta = \frac{eH}{2m}\cdot\frac{R_1^2 - r^2}{r},$$

und für ein positives Ion, das ohne Anfangsgeschwindigkeit von der Anode R_2 ausgeht,

$$v_\theta = -\frac{eH}{2M}\cdot\frac{R_2^2 - r^2}{r}.$$

In beiden Fällen wird also v_θ negativ, das Elektron wird eine Bahn von der Art wie AB beschreiben, das positive Ion eine gekrümmte Bahn von der Art wie CD. Diese Bahnen würden zu AB' und CD' werden, wenn man die Elektrode vom Halbmesser R_2 zur Kathode machen würde. Das Analoge würde eintreten, wenn man die Feldrichtung umkehren würde.

Wie man sieht, krümmt das Magnetfeld die Bahnen der elektrischen Teilchen, die ohne das Feld durch O gehende Geraden durchlaufen würden, wenn sie ohne Anfangsgeschwindigkeit der Wirkung des elektrischen Feldes überlassen wären. Man sieht ferner, daß der Sinn, in dem diese Bahnen gekrümmt werden, derselbe ist wie der, dem wir begegneten, als sich die Teilchen unter dem Einflusse eines Magnetfeldes und ohne das Vorhandensein eines elektrischen Feldes bewegten, wie es eben bei den früher untersuchten ionomagnetischen Drehungen der Fall war. In der Tat kreisen auch in dem Falle, der uns hier beschäftigt, die negativen Ionen und die Elektronen im Sinne des Stroms, auf den man das Feld zurückführen kann (Pfeile FF), während die positiven Ionen im entgegengesetzten Sinne kreisen.

Es folgt hieraus, daß die allgemeine Erklärung der Drehbewegung, die sich auf die in einem bestimmten Sinne gegen den beweglichen Körper oder im entgegengesetzten Sinne erfolgende Neigung der Stöße stützt, welche die elektrischen Teilchen auf den Körper ausüben, daß diese Erklärung trotz der Verschiedenheit in der Gestalt der Bahnen hier ebensowohl gilt wie in dem Falle, daß kein merkliches elektrisches Feld vorhanden ist.

Auf Grund des Vorstehenden läßt sich auch beweisen, daß jeder beliebige zwischen die beiden zylindrischen Elektroden gebrachte bewegliche Körper allgemein eine Drehbewegung annehmen muß. Das ist beispielsweise der Fall bei einer Platte P, deren Ebene durch O geht.

4. — Die Art, wie das Magnetfeld den Mechanismus der Entladung beeinflußt.

Wenn wir den Sinn berücksichtigen, in dem die Bahnen der Ionen und Elektronen gekrümmt werden, wenn das Magnetfeld vorhanden ist, dann können wir leicht angeben, wie wir uns den Mechanismus verändert denken müssen, den man allgemein für die Entladungen in verdünnten Gasen annimmt.

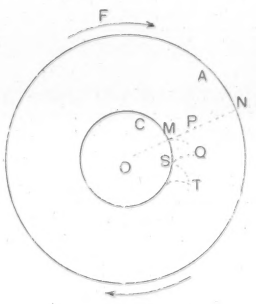


Fig. 4.

Es sei C (s. Fig. 4) die Kathode, A die Anode und F die Richtung des Stroms, dem man das Magnetfeld zuschreiben kann. Ein von M ausgegangenes Elektron, das bei Abwesenheit des Feldes die Gerade MP durchlaufen und in P das Gas ionisieren würde, wird bei vorhandenem Felde statt dessen eine Bahn

MQ verfolgen, und die Ionisierung wird in Q stattfinden, und nicht in P. In ähnlicher Weise wird ein in Q erzeugtes positives Ion eine im Sinne QS gekrümmte Bahn verfolgen, so daß ein neues Elektron von S ausgehen wird, und nicht von M, usf. Statt daß die Entladung längs einer Geraden MN vor sich gehen wird, werden wir wegen des Feldes eine um O kreisende Entladung erhalten. Der allbekannte Versuch von De la Rive ist somit einfach erklärt, während die Neigung der Stöße der positiven Ionen gegen den Zylinder C die offenbare Ursache von dessen Drehung zu sein scheint, falls er um O beweglich ist.

5. — Versuche zur Bestätigung.

Für einen Teil der Versuche, die ich in dieser Veröffentlichung beschreiben werde, habe ich den in Fig. 5 in ungefähr $^1/_4$ wirklicher Größe dargestellten Apparat zweckmäßig gefunden.

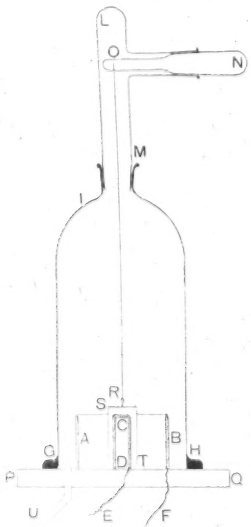


Fig. 5.

Dieser Apparat besteht aus einer großen Spiegelglasplatte PQ, auf der zwei koaxiale zylindrische Messingröhren, AB und CD, befestigt sind. Von diesen Röhren aus gehen durch die Platte hindurch die Drähte E und F zur Herstellung der Verbindungen, die erforderlich sind, um die Zylinder als Elektroden wirken zu lassen. Eine unten abgeschliffene Glasglocke GHI ruht dicht schließend auf der Platte PQ, und in ihren Hals wird durch einen Schliff ein Stopfen oder irgendein anderes besonderes Hilfsstück eingesetzt. Meist handelt es sich um das übliche Rohrsystem LM, ON, das dazu dient, mittels des Kokonfadens OR einen bestimmten beweglichen Körper, beispielsweise den ganz leichten Zylinder ST, zu tragen, den man dann mit Hilfe einer Drehung der Röhre NO auf verschiedene Höhen bringen kann.

Zur Verbindung mit der Pumpe, durch welche die Luft unter der Glasglocke verdünnt wird, dient ein Glasröhrchen U, das durch die Platte PQ hindurchgeht. Das Magnetfeld schließlich wird durch eine große Spule erzeugt, die unter den Apparat gesetzt wird, und die in der Figur nicht dargestellt ist. Ihre Achse fällt mit der gemeinsamen Achse der beiden Elektroden zusammen.

Ich lasse jetzt den Bericht über einige Versuche folgen, durch die das bisher Gesagte bestätigt wird:

a) Ich erwähne zuerst den Versuch mit der Drehung der leuchtenden Entladung, dem ich eine Form gegeben habe, die geeignet ist, die im Abschnitt **4** gegebene Erklärung dieser Erscheinung zu veranschaulichen.

An dem Faden des in Fig. 5 dargestellten Apparats hängt nichts, und der Versuch besteht darin, einfach die leuchtende Entladung zwischen den beiden zylindrischen Elektroden zu beobachten, die in Fig. 6 durch AB und CD im Grundriß dargestellt sind.

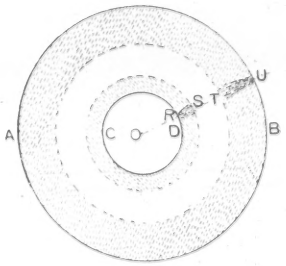


Fig. 6.

Wenn die Verdünnung gering ist, zeigt diese Entladung folgende Merkmale. An einem gewissen Punkte R der Kathode (wir wollen annehmen, der Zylinder CD sei Kathode) sieht man ein violettes Lichtfleckchen RS, während von einem Punkte U der Anode AB, der merklich R gegenüberliegt, ein längeres Säulchen roten

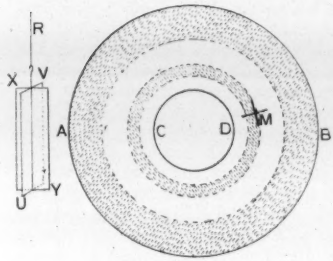


Fig. 7.

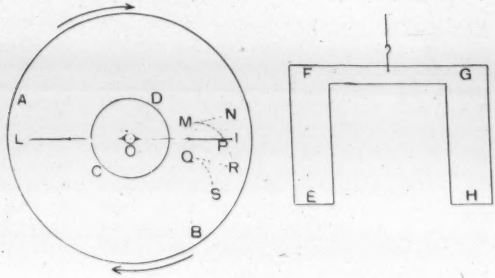


Fig. 8.

Lichts, UT, ausgeht, das nicht bis nach S gelangt. Der Lage des Punktes R, die sich oft plötzlich ändert, entspricht vielleicht infolge irgendwelcher unbekannter Unregelmäßigkeiten entweder ein Mindestabstand vom Zylinder AB oder irgendwie ein geringeres Entladungspotential. Erregt man das Feld, so verteilt sich, wenn das Feld stark genug ist, das negative Licht über die ganze Kathode und das positive über die ganze Anode, so daß sich zwei leuchtende Ringe ausbilden (in der Figur gestrichelt gezeichnet), die durch einen verhältnismäßig dunklen Raum (Faradayscher dunkler Raum) voneinander getrennt sind. Wenn man nun ganz allmählich den Druck der Luft und die Stärke des durch die Luft gehenden Stroms verändert, so gelangt man zu folgendem Ergebnis: Gibt man zunächst dem Magnetfeld eine sehr geringe Stärke, so verändert sich das Aussehen der Entladung nicht, es bleiben also die Lichtflecke RS und TU bestehen, wie sie ohne Feld sind; höchstens kann in dem Augenblick, in dem man das Feld erzeugt, eine kleine und plötzliche Verschiebung der Punkte R und U auf ihren zugehörigen Elektroden erfolgen. Verstärkt man nun allmählich das Feld, so sieht man, wie sich die Punkte R und U mit merklich gleichförmiger Bewegung auf den oberen Rändern der Elektroden in der Weise verschieben, daß dieses funkenartige Gebilde $RSTU$ wie die Speiche eines Rades kreist. Wenn man die Feldstärke allmählich weiter steigert, wächst die Winkelgeschwindigkeit der leuchtenden Entladung, bis sie ein unbewegliches Licht von der Gestalt der bereits beschriebenen Ringe zu bilden scheint. Das Bild dieser Ringe beruht also auf dem Bestehenbleiben des Lichteindrucks und auf der schnellen Drehung der Entladung. Der Sinn der Drehung fällt mit jenem des Kreisstroms zusammen, dem man das Magnetfeld zuschreiben kann, falls CD als Kathode wirkt; er ist jedoch entgegengesetzt, wenn CD als Anode wirkt.

Diese Ergebnisse sind so, wie wir sie nach der im Abschnitt **4** gegebenen Erklärung voraussehen mußten.

b) Am Faden OR in dem durch Fig. 5 dargestellten Apparate hängt ein kleines Mühlrädchen. Dieses wird von zwei kleinen Rechtecken aus Glimmer, XY und UV (s. Fig. 7), gebildet, die unter einem rechten Winkel zusammengesetzt sind. Nachdem die Glocke so auf die Platte PQ (Fig. 5) aufgesetzt worden ist, daß sie nicht mehr mit den beiden Elektroden koaxial ist, bringt man das Mühlrädchen in den ringförmigen Raum zwischen den Elektroden, beispielsweise nach M (Fig. 7). Ferner wird die Luft im Apparate so weit verdünnt, daß man um die Kathode CD einen ersten leuchtenden Ring sieht, der sie berührt, dann den dunklen Kathodenraum, weiter einen zweiten leuchtenden Ring (zweite Kathodenschicht, in der Figur gestrichelt), alsdann den Faradayschen dunklen Raum, und schließlich das positive Licht, das in der Figur gleichfalls gestrichelt gezeichnet ist und die Anode AB ganz oder beinahe berührt. Die Drehungsachse des Mühlrädchens befindet sich ungefähr an der äußeren Grenze der zweiten Kathodenschicht. Wenn man unter diesen Verhältnissen das Magnetfeld erregt, nimmt das Mühlrädchen eine schnelle Drehbewegung an, deren Richtungssinn jenem des felderzeugenden Stroms entgegengesetzt ist. Diese Bewegung war als Folge der Stöße seitens der von der Kathode abgestoßenen Elektronen vorauszusehen, die sich unter der Einwirkung des Magnetfelds nicht mehr senkrecht zu dieser Kathode, beispielsweise längs MP (Fig. 4), bewegen, sondern längs einer Kurve, etwa längs MQ oder ST. Entfernt man M von CD (Fig. 7) so verlangsamt sich die Bewegung oder hört auf. Wenn man aber das Mühlrädchen bis dicht an AB bringt und AB zur Kathode macht, so entsteht die Drehung von neuem.

c) Eine Glimmerscheibe von der Gestalt

$EFGH$ (Fig. 8) wird so in dem Apparat aufgehängt, daß sich die senkrechten Rechtecke EF und GH zwischen den zylindrischen Elektroden AB und CD, bei I und L, befinden. Sobald man das Magnetfeld erregt, nimmt die aufgehängte Scheibe eine Drehbewegung im gewohnten Sinne an, das heißt im Sinne des das Feld erzeugenden Stroms, wenn CD Kathode ist. Wenn CD Anode wäre, würde die Drehung im entgegengesetzten Sinne erfolgen. Diese ionomagnetische Drehung, zu deren Erzeugung infolge der Anwesenheit des radialen elektrischen Feldes die Stöße der positiven Ionen und jene der negativen Ionen und der Elektronen zusammenwirken, erklärt sich folgendermaßen: Betrachten wir eine der Scheiben, I. Ihre obere Fläche wird mehr Elektronenstöße empfangen als die untere. Ein Elektron nämlich, das sich nach einem Zusammenstoß in M bei Abwesenheit des Magnetfeldes längs MN bewegen würde, wird sich statt dessen unter der Einwirkung dieses Feldes längs der Bahn MP bewegen und wird mithin auch dann auf I auftreffen, wenn dies ohne Feld nicht geschehen konnte. Wenn dagegen das Elektron von einem unterhalb I in der Figur gelegenen Punkte ausgeht und sich ohne Feld von Q nach R bewegt, so krümmt sich bei vorhandenem Felde seine Bahn nach QS, das heißt in solchem Sinne, daß sein unmittelbarer Zusammenprall mit I minder wahrscheinlich wird. Die positiven Ionen, die sich vorwiegend in entgegengesetztem Sinne bewegen wie die Elektronen, bringen eine Wirkung im gleichen Sinne hervor.

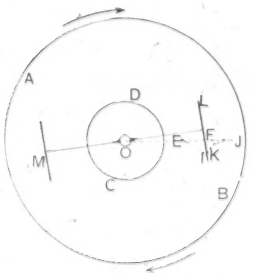


Fig. 9.

d) Wenn man zwei Platten irgendwelcher Art, beispielsweise aus Glimmer, so aufhängt, daß sie sich nicht mehr, wie in Fig. 8, in einer durch die Achse der Elektroden gehenden Ebene befinden, sondern wie in Fig. 9 bei L und M, senkrecht zu dem aufgehängten Stäbchen, an dem sie befestigt sind, so erhält man ebenfalls dasselbe Ergebnis, nämlich eine fortgesetzte Drehung im Sinne des das Feld erzeugenden Stroms, wenn CD Kathode ist. Die Wirkungen der Elektronen und der positiven Ionen wirken auch hier wieder zusammen und sind leicht zu erklären.

Ein Elektron, das sich nach einem Zusammenstoß in E bei Abwesenheit des Magnetfeldes in der Richtung OEF bewegt und L im Punkte F trifft, wird dagegen bei vorhandenem Felde eine Bahn EI verfolgen, und der Stoß auf L wird schräger werden, und zwar in dem Sinne, der geeignet ist, eben diese Drehung zu bedingen. Dasselbe gilt für ein positives Ion, das, falls es sich ohne Feld längs JF bewegt, bei vorhandenem Felde statt dessen die Kurve JK verfolgen wird. Die Änderung in der Neigung des Stoßes ist auch in diesem Falle eine derartige, daß sie zur Drehung in dem Sinne beiträgt, in dem diese tatsächlich erfolgt.

Man kann sich vorstellen, daß sich die Platten L und M verbreitern, bis sie einander berühren und so einen Zylinder bilden, der mit den beiden als Elektroden dienenden Zylindern konzentrisch ist. Die Wirkung, die wir erhalten, wird immer noch dieselbe sein. Es ist gut, wenn der aufgehängte Zylinder, der statt aus Glimmer aus irgendeinem anderen Stoffe bestehen kann, sich in senkrechter Richtung soweit erstreckt wie die Elektroden. Wenn dieser Zylinder aus Metall ist, wird er sich auf seiner Innenfläche wie eine Anode verhalten und auf seiner Außenfläche wie eine Kathode, und sämtliche Stöße, die er empfangen wird, werden zur Drehung beitragen. Man könnte diesen Fall durch jeden der beweglichen Zylinder in den in Fig. 1 und Fig. 2 abgebildeten Apparaten als verwirklicht ansehen, wenigstens, wenn deren innere Durchmesser genügend groß sind, damit sich zwischen ihnen und der in ihnen enthaltenen Elektrode die Entladung mit allen ihren Eigentümlichkeiten ausbilden kann.

e) Offenbar wird nicht nur in Entladungsröhren mit Elektroden in Gestalt konzentrischer Zylinder ein beweglicher Körper sich unter der Einwirkung der Elektronen und der Ionen verschieben müssen, wenn ein Magnetfeld wirkt. Wenn zum Beispiel im Innern einer Entladungsröhre von der üblichen Gestalt, beispielsweise von Zylinderform, bei der die irgendwie gestalteten Elektroden an den beiden einander entgegengesetzten Enden der Röhre angebracht sind, ein Glimmerplättchen parallel zur Röhrenachse aufgehängt wird, so muß sich dieses in Richtung seiner Normalen verschieben, wenn man ein senkrecht zur Röhre und parallel zum Plättchen gerichtetes Magnetfeld erregt, gerade

wie sich die Plättchen I und L in Fig. 8 infolge der Stöße seitens der elektrisch geladenen Teilchen bewegten.

Nach einigen Versuchen habe ich die Überzeugung gewonnen, daß außer den Stößen der durch das Feld abgelenkten Teilchen noch eine entgegenstehende Wirkung mitspielt, welche eine entgegengesetzte Verschiebung herbeizuführen strebt. Es bildet sich nämlich infolge des Zuströmens der Teilchen nach der Gegend hin, wohin man das positive Licht verschoben sieht, in der Luft ein Druckunterschied aus. Um das Eintreten dieses Effekts zu erschweren, habe ich Entladungsröhren von großem Querschnitt verwendet und schließlich den Apparat, der in Fig. 10 in etwa $^1/_4$ wirklicher Größe dargestellt ist.

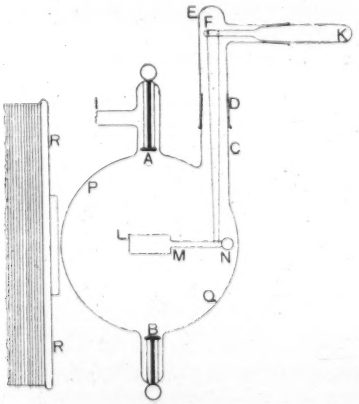


Fig. 10.

Er besteht aus einer Kugel PQ, die mit zwei an den Enden seines senkrechten Durchmessers angeordneten Elektroden, A und B, versehen ist. An einem ganz seitlich von der Kugel ausgehenden Ansatzrohr C werden die gewohnten eingeschliffenen Röhren DE und FK befestigt, die bestimmt sind, mittels einer bifilaren Aufhängung das senkrechte Glimmerplättchen LMN zu halten und auf verschiedene Höhen zu bringen. Ein bei N angebrachtes Gegengewicht hält die längeren Kanten des Rechtecks LM wagerecht, dessen Mittelpunkt auf der Vertikalen durch den Mittelpunkt der Kugel liegt. Eine wagerecht liegende Spule RR schließlich, deren Achse dem Glimmerplättchen parallel ist, dient zur Erzeugung des Magnetfeldes.

Nachdem die Luft mit Hilfe der durch das Röhrchen I mit der Kugel verbundenen Pumpe verdünnt worden ist und die Elektroden mit den Polen der Elektrizitätsquelle verbunden worden sind, braucht man nur die Spule zu erregen, um eine Verschiebung des Plättchens in Richtung senkrecht zu seiner Ebene gegen den Teil der Kugel hin zu sehen, nach dem durch die Wirkung des Feldes die positive Lichtsäule getrieben wird. Nur wenn man ein Feld von zu geringer Stärke anwendet, zeigt das Plättchen zuweilen eine Andeutung einer Verschiebung im entgegengesetzten Sinne. Es tritt also in großen Zügen das vorausgesagte Ergebnis ein, und ich habe dieses bei Drucken der Luft von 1 mm bis zu 0,04 mm bestätigt gefunden. Ich habe ferner bemerkt, daß das Mindestmaß der Feldstärke, das nötig ist, damit die Verschiebung deutlich auftritt, größer wird, wenn man den Glimmer so weit hebt oder senkt, daß er näher an die Kathode kommt als an die Anode, sowie auch, wenn man den Druck verringert. Diese letzte Beobachtung bestätigt die früheren Überlegungen, weil ja bei größerer Verdünnung der Druckausgleich zwischen den einzelnen Gebieten der Röhre notwendig langsamer vor sich geht.

f) Der Versuch, den ich jetzt beschreiben will, ist eine Abart des Versuchs **e**, er verdient aber mitgeteilt zu werden, weil er sich besonders für eine Gegenüberstellung eignet, die ich am Schlusse dieser Veröffentlichung geben werde.

In der Glocke des in Fig. 5 dargestellten Apparats hängt an einem Kokonfaden K (siehe Fig. 11) eine Art Schachtel, die beispielsweise aus Glimmerplättchen gebildet wird, die mit Guttapercha an den Kanten zusammengekittet sind. Die Horizontalflächen dieser Schachtel, BDE und $B'D'E'$, haben eine Gestalt, die besser aus der Horizontalprojektion $B''D''E''$ ersichtlich wird; die Seitenwand ist zylindrisch mit vertikalen Erzeugenden, und die Linie $B''D''E''$ ist ihr Schnitt. Diese Schachtel wird durch ein Gegengewicht S im Gleichgewicht gehalten; sie ist längs der Fläche $BEE'B'$ offen, die der Elektrode A gegenübersteht, und hat in der unteren Grundfläche eine kreisförmige Öffnung F, in welche die zylindrische Elektrode C frei hineinragt. Die Entladung hat ihren Sitz vollständig im Innern der Schachtel, da die Wirkung des schmalen ringförmigen Zwischenraums, der zwischen der Elektrode C und dem Rande der Öffnung F übrig bleibt, vollkommen vernachlässigt werden kann, sowie ebenfalls die Wirkung des sehr kleinen Zwischenraums, der zwischen dem Fenster $BEE'B'$ und der Elektrode A bleibt.

Wenn man die unter dem Apparat angeordnete Spule erregt, so kreist die Schachtel

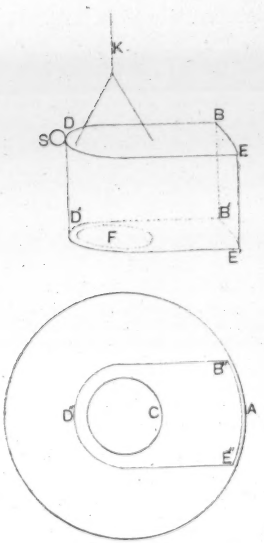


Fig. 11.

wie das einfache Plättchen in Fig. 8 und aus demselben Grunde, und man kann sich leicht davon überzeugen, daß dasselbe eintreten würde, wenn der Schnitt durch die Schachtel senkrecht zur Richtung der elektrischen Kraft irgendeine andere Gestalt haben würde, sowie auch, wenn die Elektroden mit der Schachtel zusammen beweglich wären, weil sie ebenfalls von den elektrisierten Teilchen in demselben Sinne getrieben werden würden.

6. — Versuche, durch die das wirksame Dazwischentreten einer Reibung zwischen Gas und beweglichem Körper ausgeschlossen werden soll.

Wie die Ionen und die Elektronen durch ihre Stöße ein Plättchen P (Fig. 3) in Drehung versetzen, so werden sie auch beim Anprall auf die Moleküle der Luft der ganzen Gasmasse eine Drehbewegung zu erteilen streben. Es kann dann der Verdacht entstehen, daß die mit den in Fig. 1 und Fig. 2 abgebildeten Apparaten beobachteten Drehungen einfach eine Wirkung der Drehbewegung der Luft und der Reibung zwischen der Luft und den beweglichen Körpern wären.

Gegen diese Anschauungsweise läßt sich jedoch sogleich bemerken, daß man damit zunächst jene Wirkung der Stöße in Richtungen, die durch das Feld geneigt werden, annimmt, die man hernach nicht mehr würde heranziehen wollen, um die beobachteten Drehungen zu erklären. Des weiteren kann man bemerken, daß in den Fällen, wo, wie bei dem in Fig. 2 abgebildeten Apparate, die Elektroden nicht konzentrische Zylinder sind, die Erzeugung einer dauernden Bewegung der Luft, wie sie vorhanden sein müßte, um die dauernden Drehungen der beiden beweglichen Zylinder zu erklären, nicht leicht annehmbar sein würde. Auf alle Fälle habe ich verschiedene Versuche angestellt, die ich hier zu beschreiben für nützlich erachte. Sie weisen übereinstimmend darauf hin, daß diese Art, den Mechanismus der Erscheinungen zu betrachten, nicht annehmbar, oder keineswegs ausreichend ist. Einige dieser Versuche würden vielleicht für sich allein schon für den Zweck genügen; die übrigen bestätigen mich in derselben Ansicht.

a) An dem Kokonfaden des in Fig. 5 dargestellten Apparats hängt ein sehr leichter kleiner Aluminiumzylinder RS (s. Fig. 12), der

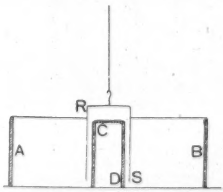


Fig. 12.

unten offen ist, und dessen Durchmesser ein wenig über den äußeren Durchmesser der Elektrode CD hinausragt. Wenn man nach Bedarf die Verdünnung und die Stärke des von der Influenzmaschine oder von der Sammlerbatterie gelieferten Stroms regelt, so kann man erreichen, daß die Entladung dasselbe Aussehen hat, wie die beim Versuch **a** im Abschnitt **5** beschriebene. Bei schwacher Erregung der Spule gelangt man zu dem Ergebnis, daß der Zylinder RS in der gewohnten Weise kreist, ohne daß sich die leuchtende Entladung in Drehung setzt. Mithin fehlt wahrscheinlich die vermutete Drehung der Luft und somit die hypothetische Reibung, die den aufgehängten Zylinder in Bewegung zu setzen vermöchte.

b) Die beim vorigen Versuch benutzte Anordnung wurde durch Hinzufügen von zwei oder mehreren Glimmerplättchen EF, GH (s. Fig. 13) leicht verändert; diese waren so hoch wie die Zylinder, oder höher und sind aus der Figur ersichtlich. Diese Plättchen gehen von der

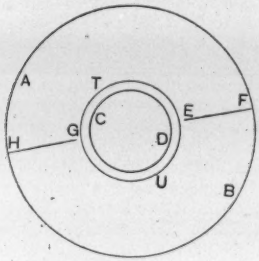


Fig. 13.

Elektrode AB aus, an der sie befestigt sind, und gehen von dort radial weiter bis fast zur Berührung mit dem aufgehängten Zylinder TU. Sie verhindern offenbar die Drehung der Luftmasse, aber nichtsdestoweniger kreist der Zylinder TU, sobald man das Magnetfeld erregt.

c) Man denke sich in Fig. 13 statt des Aluminiumzylinders TU ein Plättchen wie das in Fig. 8 dargestellte, oder wie die beiden Plättchen L und M in Fig. 9, aufgehängt. Man denke sich weiter, die festen Plättchen EF und GH in Fig. 13 reichten bis zur Berührung mit der Elektrode CD und teilten auf diese Weise den Raum zwischen den Elektroden in zwei Teile. Jede Drehung der Luftmasse wird auf diese Weise notgedrungen behindert; trotzdem beginnen die aufgehängten Plättchen sich zu drehen, sobald man das Magnetfeld erregt, und kommen natürlich zur Ruhe, wenn sie gegen die feststehenden Platten stoßen.

d) In dem durch Fig. 5 dargestellten Apparate hänge nunmehr ein Metallzylinder $EFGH$ (s. Fig. 14), der auch oben offen sein soll; er

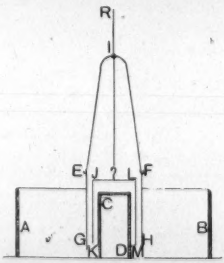


Fig. 14.

sei mit einer Art Handgriff EIF aus einem zu einem umgekehrten U gebogenen Metalldraht versehen. Der Aufhängefaden sei gleichfalls ein Metalldraht (0,02 mm dicker Platindraht), so daß der genannte Zylinder direkt als Elektrode, beispielsweise als Kathode, verwendet werden kann. Es könnte indessen auch der Zylinder CD diese Funktion erfüllen, weil er ebenfalls mit dem negativen Pole der Elektrizitätsquelle in Verbindung steht, während der positive Pol mit dem feststehenden Zylinder AB verbunden ist.

Wenn man das Feld erregt, kreist der Zylinder EH. Tatsächlich ist diese Drehung zum Teil eine ionomagnetische Drehung, nämlich eine von dem Stoße der Ionen herrührende, und zum Teil die gewöhnliche elektromagnetische Drehung, nämlich eine von der Wirkung des Feldes auf die durch die Leitungsstrecken EI und FI fließenden Ströme herrührende. Für den Zweck des vorliegenden Versuchs ist dies aber ohne Bedeutung, denn es kommt nur darauf an, daß der aufgehängte Zylinder aus irgendeiner Ursache kreise.

Unter diesen Bedingungen befindet sich zwischen CD und EH ein anderer sehr leichter Zylinder $KJLM$, der bei I an einem einfachen Kokonfaden aufgehängt ist. Dieser kleine Zylinder nun, mag er auch noch so beweglich und noch so nahe an dem kreisenden Zylinder sein, bewegt sich nicht im geringsten. Die Reibung zwischen der Luft und den Zylindern vermag also nicht, den Zylinder JM kreisen zu lassen.

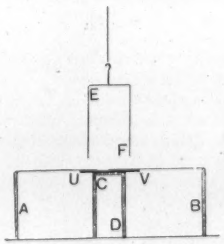


Fig. 15.

e) Wir nehmen wieder die in Fig. 12 dargestellte Versuchsanordnung auf, haben also wieder einen einzigen aufgehängten Zylinder EF (Fig. 15); diesen heben wir ein wenig, bis die Elektrode CD ganz unbedeckt bleibt, gerade wie es die Figur zeigt. Auf diese Weise befindet sich der Zylinder außerhalb des hypothetischen Wirbels, den das Feld erzeugen soll, wenn AB und CD als Elektroden wirken. Nichtsdestoweniger kreist der kleine Zylinder EF, wie es der Zylinder CD täte, wenn er beweglich wäre. Man kann nun feststellen, daß der kleine Zylinder mit einer jener von CD gleichnamigen Ladung elektrisiert ist, was natürlich ausreicht,

um ihn von den Ionen oder den Elektronen so getroffen werden zu lassen, daß er infolgedessen kreist. Bringt man aber über CD ein Glimmerscheibchen UV an, so verlangsamt sich die Drehbewegung oder hört auf, weil der Glimmer den beständigen Elektrizitätstransport zwischen CD und dem aufgehängten Zylinder behindert. Natürlich würde das Vorhandensein des Scheibchens die Wirkung der Reibung zwischen der Luft und dem aufgehängten Zylinder nur sehr wenig behindern können.

f) Der letzte Versuch, zu dessen Beschreibung ich nunmehr übergehe, soll beweisen, daß die Luft zwischen den zylindrischen Elektroden, wenn sie durch das Feld in Drehung versetzt wird, dennoch keine Wirkung hervorzubringen vermag, durch die sich die beschriebenen Drehungen erklären ließen; vielleicht ist der Grund dafür der geringe Druck dieser Luft.

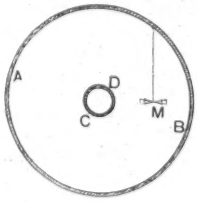


Fig. 16.

Der in Fig. 5 geschilderte Apparat wurde so angeordnet, daß seine Achse horizontal stand, und dasselbe gilt natürlich auch für die Spule, die das Magnetfeld erzeugt. Alsdann wurde mittels eines ganz feinen Quarz- oder Kokonfadens ein kleines Mühlrädchen M (s. Fig. 16) aufgehängt, dessen Flügel, wie die Flügel einer Aeroplanschraube, alle in demselben Sinne geneigt sind. Die Beweglichkeit des kleinen Mühlrädchens ist so groß, daß man in freier Luft nur eine über einer Flamme erhitzte Nadel unter das Rädchen zu bringen braucht, damit der aufsteigende Luftstrom das Rädchen schnell kreisen läßt. Verdünnt man die Luft, läßt den Strom zwischen AB und CD übergehen, und erregt schließlich das Magnetfeld, so beobachtet man keinerlei Bewegung des Mühlrädchens. Wir schließen hieraus, daß eine Drehung der verdünnten Luftmasse, falls eine solche überhaupt vorhanden ist, nicht stark genug ist, um in den bisher beschriebenen Versuchen die aufgehängten Zylinder in Bewegung zu versetzen.

7. — Messungen des bewegenden Kräftepaares.

Die vorstehend beschriebenen Versuche lehren uns die Erscheinungen der ionomagnetischen Drehungen bei Vorhandensein eines elektrischen Feldes qualitativ kennen. Ich dachte mir aber, daß man vielleicht durch eine quantitative Untersuchung einige Ergebnisse würde erhalten können, die nicht des Interesses entbehrten; so zum Beispiel, wenn man nachforschen würde, welche Beziehung zwischen dem Kräftepaar, das den beweglichen Körper kreisen läßt, und den Umständen besteht, welche hauptsächlich die Erscheinung beeinflussen können; solche Umstände sind: die Stärke des Magnetfelds, der Druck der Luft, die Stromstärke zwischen den Elektroden, und schließlich das Vorzeichen der Ladung, die der bewegliche Körper besitzt.

Der Einfluß dieses letztgenannten Umstandes würde selbst dann nicht a priori auszuschließen sein, wenn wir Grund zu der Annahme hätten, daß der große Unterschied zwischen der Masse der Elektronen und jener der Ionen, soweit der Anstoß in Betracht kommt, den sie dem aufgehängten Zylinder erteilen, durch geeignete Werte ihrer Geschwindigkeit aufgewogen würde. Wir müssen nämlich noch wissen, was geschieht, nachdem ein elektrisiertes Teilchen, beispielsweise ein positives Ion, den beweglichen Körper getroffen hat, ob es nämlich auf diesem Körper verbleibt, oder ob es abprallt, und ob es im letzteren Falle mit oder ohne Ladung fortgeht.

Die wenigen Messungen, die ich bisher ausgeführt habe, betreffen zwei Fälle, die dem in Fig. 1 bzw. dem in Fig. 2 dargestellten analog sind. Der erste Apparat, den ich für diese Untersuchungen konstruiert habe, ist in Fig. 17 in etwa $^1/_4$ natürlicher Größe dargestellt.

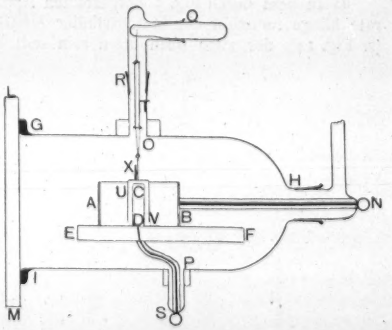


Fig. 17.

Die Elektroden AB und CD sind denen des in Fig. 5 abgebildeten Apparats ähnlich; sie ruhen aber auf einer Glasplatte EF, die in eine wagerecht liegende Glasglocke GHI ein-

geführt worden ist. Die passend geschliffene große Öffnung dieser Glocke wird durch eine dicke, ganz ebene Glasplatte LM verschlossen, die mit dem üblichen Fett, oder noch besser mit einem warm aufgetragenen, leicht schmelzbaren Kitt (Kolophonium mit ein wenig Wachs) befestigt wird.

Durch die Öffnung H geht ein Metallstäbchen BN, das an die Elektrode AB angeschraubt ist und von einem Glasröhrchen umgeben wird. Außer dieser Öffnung waren in der von mir benutzten Glocke noch zwei Öffnungen, eine bei O und eine andere bei P vorhanden. Die erstgenannte benutzte ich, um die gewohnten Röhren für die Aufhängung des beweglichen Körpers anzubringen, die gestatten, ihn mittels des Schliffes Q nach Belieben zu heben oder zu senken, sowie ihn mittels des Schliffes R um eine senkrechte Achse zu drehen. Was die Öffnung P anlangt, so diente sie nur dazu, den Draht S aus der Glocke austreten zu lassen, der mit CD verbunden und ebenfalls von einem Glasröhrchen umgeben ist. Schließlich ist an dem teilweise auf die Röhre Q aufgewickelten Seidenfaden ein Glasstück T aufgehängt; dieses trägt unten die beiden Kokonfäden einer Bifilaraufhängung für den Metallzylinder UV, der bei X mit einem kleinen Planspiegel versehen ist. Die große zur Erzeugung des Magnetfelds bestimmte Spule ist unterhalb des Apparats so aufgestellt, daß die Verlängerung ihrer Achse mit der gemeinsamen Achse der Elektroden und des beweglichen Zylinders zusammenfällt.

Wenn man nun, während der Strom zwischen den Elektroden AB und CD in der verdünnten Luft übergeht, das Magnetfeld erregt, so dreht sich der aufgehängte Körper im einen oder im anderen Sinne um einen gewissen Winkel und nimmt dann eine andere Gleichgewichtslage an. Dieser Ausschlag wird mittels Fernrohrs und Skala bestimmt. Man braucht natürlich nicht zu warten, bis die Schwingungen des Zylinders aufgehört haben, sondern man kann die Gleichgewichtslage in der bekannten Weise aus der Ablesung dreier aufeinanderfolgender Umkehrpunkte ermitteln. Ich habe bei jeder Messung stets den Druck der Luft, die Stärke des sie durchfließenden Stroms, sowie die Magnetfeldstärke verzeichnet. Da nun dieses Magnetfeld nicht gleichförmig ist, so habe ich seine Stärke immer an einem bestimmten Punkte gemessen, und zwar an der Stelle, die der Mittelpunkt des Zylinders CD dann einnimmt, wenn man dem Strom in der Spule nacheinander bekannte Werte gibt. Die weiter unten angegebenen Werte werden sich immer auf diesen Punkt beziehen. Ohne die ersten zahlenmäßigen Ergebnisse mitzuteilen, will ich nur erwähnen, daß ich aus ihnen folgendes entnehmen konnte: **1.** Wenn man die Verdünnung über eine gewisse Grenze hinaus steigert, so nimmt unter sonst gleichen Bedingungen das bewegende Kräftepaar ab. **2.** Dieses Kräftepaar wächst zugleich mit der (während des Vorhandenseins des Magnetfeldes gemessenen) Stärke des durch die verdünnte Luft fließenden Stroms, und zwar nahezu proportional, wenn der bewegliche Zylinder positiv ist, während die Proportionalität versagt, wenn man die Vorzeichen vertauscht. **3.** Das Kräftepaar wächst mit der Magnetfeldstärke, und zwar proportional mit dieser, zumal wenn der bewegliche Zylinder positiv ist. **4.** Schließlich war bei allen diesen Versuchen das bewegende Kräftepaar bei positivem Zylinder stärker als bei negativem.

Diese zuletzt erwähnte Tatsache verdient keine Beachtung, weil die Verschiedenheit in der Gestalt der beiden Elektroden für sich allein ausreicht, um zu bewirken, daß die Entladung sich verändert, wenn man ihre Richtung umkehrt. Um zu untersuchen, ob wirklich ein Einfluß des Vorzeichens der Ladung des beweglichen Zylinders besteht, mußte ich den Apparat so umgestalten, daß die beiden Elektroden untereinander identisch wurden. Fig. 18 stellt den neuen Apparat in $^1/_4$ seiner wahren Größe dar.

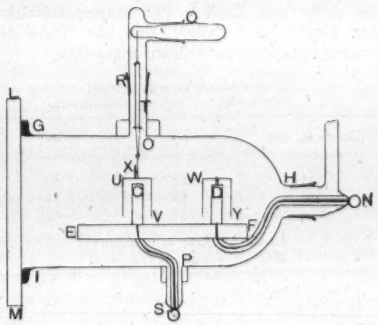


Fig. 18.

Als Elektroden dienen die beiden aufrecht stehenden Zylinder C und D von gleichen Abmessungen. Oberhalb der Elektrode C befindet sich, wie in dem in Fig. 17 veranschaulichten Apparate, der mit dem Spiegelchen X versehene kleine Metallzylinder UV, der an einer Bifilaraufhängung befestigt ist. Ein zweiter mit UV identischer, isolierter Zylinder WY ist oberhalb D in analoger Stellung angeordnet. Um überdies die Bedingungen für beide Elektroden vollkommen gleich zu machen, wurde der ganze

Apparat über der Spule so aufgestellt, daß dessen stets vertikale Achse in gleichem Abstande zwischen den beiden Elektroden hindurchging.

Wenn man auch bei diesem Apparate noch die Größe des bewegenden Kräftepaares bei Umkehrung der Stromrichtung sich verändern sieht, so kann diese Veränderung nur noch auf eine Verschiedenheit zwischen der mechanischen Wirkung der positiven Ionen und jener der negativen Teilchen zurückgeführt werden. Dies wird einen neuen und kräftigen Einwand gegen die bereits durch die im Abschnitt **6** beschriebenen Versuche bekämpfte Theorie abgeben.

Die ausgeführten Messungen haben nun in der Tat ein ähnliches Ergebnis gezeitigt, und zwar haben sie den Beweis dafür erbracht, daß das bewegende Kräftepaar größer ist, wenn der bewegliche Zylinder negativ ist, als wenn er positiv ist. Bei dem in Fig. 17 dargestellten Apparate stellte sich eine Verschiedenheit im entgegengesetzten Sinne heraus; aber in jenem Falle war, wie schon gesagt, auch die Verschiedenheit in der Gestalt der beiden Elektroden von Einfluß.

Von den nachstehenden Tabellen betrifft die erste den Einfluß des Drucks der Luft, die zweite den Einfluß der Stromstärke und die dritte den Einfluß der Magnetfeldstärke. Am Kopfe jeder Tabelle sind die Werte der konstant gehaltenen Größen angegeben.

Magnetfeldstärke = 572 Gauß;
Stromstärke = 0,3 Milliampere.

Druck in mm	−	+
0,21	83	40
0,90	58	28
1,84	51	23

Druck der Luft = 0,22 mm;
Magnetfeldstärke = 572 Gauß.

Stromstärke in Milliampere	−	+
0,2	45	22
0,3	55	28
0,6	95	78
1,0	187	185

Druck der Luft = 0,21 mm;
Stromstärke = 0,3 Milliampere.

Magnetfeldstärke in Gauß	−	+
256	28	16
497	60	30
668	103	46
870	134	58

Wie man sieht, ist der Unterschied in der Größe der mechanischen Wirkung je nach dem Vorzeichen der Ladung dann besonders ausgeprägt, wenn die Stromstärke klein ist, und wenn die Magnetfeldstärke groß ist, und er zeigt sich innerhalb sehr weiter Druckgrenzen. Übrigens braucht man nur aufmerksam die Drehungen der Zylinder in dem durch Fig. 2 veranschaulichten Apparate zu beobachten, wenn die Umstände günstig und die Zylinder identisch und identisch aufgehängt sind; man bemerkt alsdann, daß der von der negativen Elektrode umgebene bewegliche Zylinder sich rascher dreht als der andere. Gerade derartige Beobachtungen waren es, die mich zur Ausführung der hier mitgeteilten Bestimmungen veranlaßt haben.

Nach den Zahlen der letzten Tabelle erscheint die Proportionalität zwischen dem bewegenden Kräftepaar und der Magnetfeldstärke wahrscheinlich, wenn auch nicht genügend erwiesen, wie dies auch bereits aus den Messungen hervorging, die ich mit dem in Fig. 17 dargestellten Apparate angestellt habe. Eine Proportionalität zwischen diesem Kräftepaar und dem durch die verdünnte Luft gehenden Strom scheint sich aber nicht zu bestätigen.

8. — Betrachtungen über eine mögliche Elektronentheorie der ponderomotorischen elektromagnetischen Kräfte.

Der Versuch **f** des Abschnitts **5**, auf den sich die Fig. 11 bezieht, läßt den Gedanken an eine Erklärung der mechanischen Kraft entstehen, die auf einen von einem Strome durchflossenen und in einem Magnetfelde angeordneten Leiter wirkt, und zwar an eine Erklärung, welche sich auf die Wirkung des Felds auf die in dem Metalle vorhandenen freien Elektronen und Ionen gründet. Die in Fig. 11 dargestellte bewegliche Schachtel kreist nämlich unter dem Einflusse eines Magnetfelds genau so, wie ein Metalldraht kreisen würde, durch den ein Strom in der Richtung AD' flösse. Um nun die Analogie noch vollständiger zu machen, kann man noch annehmen, daß die Kathode C und die Anode A mit der kreisenden Schachtel verbunden seien.

Hält man sich an die Erklärungen und an die Versuchsergebnisse der vorstehenden Abschnitte, so beruht die beobachtete Drehung in Wirklichkeit auf den Stößen der Ionen und der Elektronen gegen die Wände, während man sie bei einem Metalldrahte als Wirkung einer Kraft anzusehen pflegt, die an ihm angreift, während er vom Strome durchflossen wird.

Einstweilen ist es unter der Annahme der Elektronentheorie der elektrischen Leitung in

Metallen gelungen, die Haupterscheinungen, die sich dabei zeigen, zu erklären, insbesondere jene, bei denen ein Magnetfeld mitspielt (wie z. B. das Hallphänomen, das analoge thermomagnetische Phänomen usw.). In diesen letztgenannten Fällen hat man das Ziel dadurch erreicht, daß man zum Ausgangspunkt die Wirkung genommen hat, die das Magnetfeld auf die Bewegung der Elektronen und Ionen ausübt, aus deren Transport man sich den Strom bestehend denkt. Beispielsweise gelangt man zu einer Erklärung des Hallphänomens durch den Nachweis, daß infolge dieser Wirkung Elektronen und Ionen sich in verschiedenem Maße gegen eine Seite der Platte hin verdichten, wodurch dann die transversale elektromotorische Kraft entsteht, auf der das Hallphänomen beruht. Bei diesem Sachverhalt erscheint es logisch, auch die Kraft, die den Leiter zu verschieben trachtet, einem analogen Mechanismus zuzuschreiben, das heißt, sie als eine Manifestation der Stöße der Ionen und der Elektronen anzusehen, ähnlich denen, welche die Dreherscheinung in dem obengenannten Versuch I hervorrufen. Natürlich bleiben zwischen den beiden Fällen noch solche Unterschiede bestehen, die auf der verschiedenen Häufigkeit der Zusammenstöße beruhen, denen die in Bewegung begriffenen Teilchen ausgesetzt sind. Während man beispielsweise bei dem verdünnten Gase, in dem die Zusammenstöße weniger häufig sind, zweckmäßig die von den einzelnen Teilchen hervorgerufenen Stöße berücksichtigt (etwa wenn man die Radiometererscheinungen erklären will), darf man bei der Bewegung der Elektronen und der Ionen innerhalb eines Metalls angesichts der großen Häufigkeit der Stöße deren Gesamtwirkung betrachten, oder den daraus sich ergebenden Druck, insbesondere gegen die Oberfläche des Leiters. Da unter gewöhnlichen Bedingungen die elektrisierten Teilchen, in deren Transport der elektrische Strom besteht, durch die Oberfläche nicht hindurchtreten können, so wird sich diese Oberfläche gegen die Elektronen und die Ionen verhalten wie die Wand eines Rezipienten gegen die Moleküle des in ihm enthaltenen Gases.

Die Formeln, aus denen ich die angegebene Erklärung für die ponderomotorischen elektromagnetischen Kräfte gewonnen habe, sind im wesentlichen ganz dieselben, die für die Erklärung des Hallphänomens gelten. Sie lassen sich folgendermaßen aufstellen:

Der Einfachheit halber wollen wir annehmen, der Leiter habe die Gestalt eines Parallelepipeds mit den Seiten $OA = a$, $OB = b$, $OC = c$ (s. Fig. 19), parallel zu den Koordinatenachsen OX, OY und OZ, und der Strom trete durch

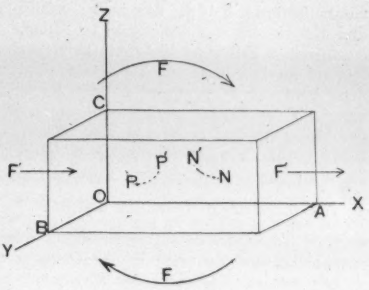


Fig. 19.

die Fläche BC in das Parallelepiped ein und durch die gegenüberliegende Fläche aus, habe also die Richtung, die durch die Pfeile $F'F'$ bezeichnet wird. Die Pfeile FF mögen die Richtung des Stroms angeben, dem man das als gleichförmig und in der Richtung OY angenommene Magnetfeld zuschreiben kann.

Wie im verdünnten Gase nimmt ein Elektron N, das sich bei Abwesenheit des Magnetfeldes in der Richtung XO bewegen würde, bei Vorhandensein des Feldes eine Bahn an, die wie NN' gekrümmt ist, und ein positives Teilchen P, das sich ohne Feld in der Richtung OX bewegen würde, verfolgt eine ähnliche Kurve wie PP', wenn die magnetische Kraft wirkt. Sowohl die negativen Teilchen als auch die positiven werden also von dem Felde in der Richtung OZ getrieben und streben, sich gegen die zu AB parallele Fläche des Parallelepipeds hin zu verdichten.

Diese allmähliche Zunahme der Anzahl der in der Volumeneinheit enthaltenen Elektronen und Ionen, und somit des von ihnen in diesem Gebiete des Leiters ausgeübten Drucks, kann nicht unbegrenzt weiter gehen. Tatsächlich tritt der Fall ein, daß zwei neue Kräfte ins Spiel treten, nämlich die Diffusion der Elektronen (um jetzt nur von diesen zu reden) nach der Gegend hin, wo sie seltener geworden sind, und die elektrische Kraft, die von der nicht mehr gleichförmigen Verteilung der Elektronen und der positiven Ionen herrührt. Die erstgenannte dieser Kräfte wirkt immer der Wirkung des Magnetfeldes entgegen; die zweite tut dies gleichfalls, wenn auf die zu AB parallele Fläche mehr Elektronen zuströmen als positive Ionen, dagegen würde sie im entgegengesetzten Falle (in Metallen, die einen negativen Halleffekt zeigen) den durch das Feld hervorgerufenen Austritt von Elektronen begünstigen. In jedem Falle wird man gar bald einen statio-

nären Zustand haben, das heißt, sobald die drei Kräfte sich das Gleichgewicht halten.

Für den Fall eines Elektrons kann man sie folgendermaßen bestimmen: Die erste Kraft hat den Ausdruck Hev, wenn H die Feldstärke innerhalb des Leiters bezeichnet, e die Ladung des Elektrons und v die von dem elektrischen Felde herrührende Überführungsgeschwindigkeit. Diese ist längs OZ gerichtet.

Die transversale elektrische Kraft ist $e\frac{\partial V}{\partial z}$ wenn V das Potential in irgendeinem Punkte (x, y, z) ist, und sie wirkt in der Richtung ZO.

Die von der Diffusion der Elektronen herrührende Kraft endlich kann man ebenso berechnen wie bei der Diffusion zwischen zwei Lösungen verschiedener Konzentration. Der Druck p, den die Elektronen ausüben, ist eine Funktion von z, und der Höhe $z + dz$ entspricht der Wert $p + dp$. Wenn wir mithin einen Zylinder von der zur Ebene XY parallelen Grundfläche s und der Höhe dz betrachten, so wirkt auf dessen untere Grundfläche ein von unten nach oben gerichteter Druck gleich aps, während auf seine obere Grundfläche ein von oben nach unten gerichteter Druck gleich $a(p + dp)s$ wirkt. Die Resultante $s \cdot dp$ ergibt, auf die $n \cdot s \cdot dz$ in dem Zylinder enthaltenen Elektronen verteilt, für jedes Elektron eine in Richtung ZO wirkende Kraft von $\frac{1}{n}\frac{\partial p}{\partial z}$. Hier bezeichnet n die Anzahl der Elektronen in der Volumeneinheit.

Wenn erst einmal der Dauerzustand erreicht ist, haben wir somit:

$$eHv - e\frac{\partial V}{\partial z} - \frac{1}{n}\frac{\partial p}{\partial z} = 0,$$

oder:

$$\frac{\partial p}{\partial z} = Henv - ne\frac{\partial V}{\partial z}.$$

Wenn wir nun annehmen, daß außer den Elektronen, die sich in der Richtung XO bewegen, als konstituierender Bestandteil des Stroms auch noch positive Teilchen vorhanden sind, die sich in der Richtung OX bewegen werden, und wenn wir die diesen entsprechenden Größen durch einen Strich bezeichnen, so erhalten wir analog:

$$\frac{\partial p'}{\partial z} = Hen'v' + en'\frac{\partial V}{\partial z}.$$

Durch Addition der beiden Gleichungen erhalten wir:

$$\frac{\partial (p + p')}{\partial z} = H(env + en'v') - e(n - n')\frac{\partial V}{\partial z},$$

oder, wenn wir die durch jedes Quadratzentimeter einer zu YZ parallelen Ebene fließende Stromstärke mit i und den Gesamtdruck mit P bezeichnen,

$$\frac{\partial P}{\partial z} = Hi - e(n - n')\frac{\partial V}{\partial z}.$$

In einem Körper, in dem das Hallphänomen nicht auftritt, ist überall

$$n = n';$$

man kann aber mit großer Annäherung in jedem Falle annehmen, daß $(n - n')$ gegenüber $(n + n')$ oder gegenüber P zu vernachlässigen ist. Man wird daher das letzte Glied vernachlässigen können, um so mehr als auch die Transversalkraft $\frac{\partial V}{\partial z}$ klein ist, und man kann demnach schreiben:

$$\frac{\partial P}{\partial z} = Hi,$$

woraus sich ergibt:

$$P_2 - P_1 = \frac{H}{b}\int_0^c bidz,$$

wo P_1 und P_2 die Werte von P an der Fläche AB bzw. an der zu AB parallelen Fläche sind. Da nun $bidz$ die Stärke des Stroms ist, der durch die Fläche $b \cdot dz$ hindurchgeht, so ist das Integral nichts anderes als der Gesamtstrom I, der durch den Leiter fließt. Es ist daher:

$$P_2 - P_1 = \frac{1}{b}HI.$$

Wenn wir schließlich die gesamten auf die eben genannten Flächen wirkenden Kräfte F_1 und F_2 einführen, so erhalten wir:

$$F_2 - F_1 = HIa.$$

Mithin ist die Resultante der Drucke, welche die den Strom ausmachenden Teilchen auf die den Leiter begrenzenden Flächen ausüben, eine längs OZ gerichtete Kraft, welche die Intensität HI auf die längs des Stroms gemessene Längeneinheit hat.

Wir sind somit zu dem bekannten Ausdruck für die ponderomotorische elektromotorische Kraft gelangt. Das war übrigens zu erwarten angesichts des Umstands, daß man das Gesetz für die Wirkung des Magnetfelds auf ein in Bewegung begriffenes Elektron oder Ion als eine Ableitung aus diesem Ausdruck ansehen kann. Wir werden aber dieses Gesetz für die Wirkung a priori annehmen, oder es auf andere Weise rechtfertigen können, und dann werden wir sagen können: Wie wir mit Hilfe der Elektronentheorie der Strömung in Metallen die elektrische und thermische Leitfähigkeit der

Metalle, die Erscheinungen der Berührungselektrizität, die thermoelektrischen Erscheinungen usw., und schließlich das Hallphänomen und die übrigen Wirkungen des Magnetfelds erklären können, so ist es auch möglich, die durch das Feld erzeugten ponderomotorischen Kräfte zu erklären.

Natürlich können wir die ponderomotorischen Kräfte zwischen Strömen auch dem veränderten Drucke der beweglichen elektrisierten Teilchen innerhalb der Leiter zuschreiben. Beispielsweise werden im Falle zweier unendlich langer geradliniger und paralleler Drähte, die wir A und B nennen wollen, und die von gleichgerichteten Strömen durchflossen werden, unter der Einwirkung des Magnetfelds, das der eine von ihnen, A, erzeugt, die Elektronen sich innerhalb des anderen, B, seitlich gerade an der A zugekehrten Seite ansammeln, während sie sich innerhalb A an der Seite von B verdichten werden. Hieraus ergibt sich die scheinbare Anziehung zwischen den beiden Drähten. Wenn die Ströme in entgegengesetzten Richtungen fließen, drücken die Elektronen innerhalb der Drähte in der Weise, daß sie die Drähte voneinander entfernen. Der klassische Versuch über die Drehung, die ein Kreisstrom (oder der ihm äquivalente Magnet) auf einen längs eines Halbmessers des Kreisstroms verlaufenden und um den Mittelpunkt drehbaren Strom ausübt, wird somit auch dem Wesen nach eine ähnliche Erscheinung wie die, welche wir bei dem der Fig. 11 entsprechenden Versuche erhalten haben.

Ich teile die Betrachtungen dieses letzten Abschnitts unter den nötigen Vorbehalten mit, wenn ich auch geneigt bin zu glauben, daß man sie wird annehmen können, wenn sie erst einmal vervollständigt und strenger dargelegt sein werden.

(Nach dem Manuskript aus dem Italienischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 10. Juni 1913.)

Hysteresis in Geißlerröhren.

Von Kuno Fischer.

1. H. Th. Simon[1]) zeigte durch oszillographische Analyse von Wechselstromlichtbögen, „daß für dynamische Vorgänge im Lichtbogen ganz andere Charakteristiken in Frage kommen, als sie für die statische Betriebsweise bekannt waren. Während bei den statischen Vorgängen einem bestimmten Lichtbogenstrom unter sonst gleichen Bedingungen eine ganz bestimmte Klemmenspannung zugeordnet ist, gehören bei dynamischen Vorgängen zu derselben Stromstärke verschiedene Werte von Klemmenspannungen, je nach der Vorgeschichte des Lichtbogens.

Bei sinkender Stromstärke erzeugt derselbe Stromstärkenwert kleinere Klemmenspannungen als bei steigender. Kurz, der Verlauf der Charakteristik ist so, wie er in Fig. 1 erläutert ist.

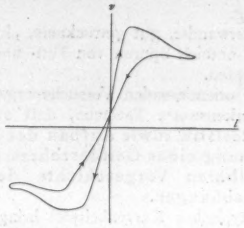


Fig. 1.

Diese Erscheinung, daß die Charakteristik eines Lichtbogens von seiner Vorgeschichte abhängt, wurde als ‚Lichtbogenhysteresis' bezeichnet".

Die Einführung des Begriffes Lichtbogenhysteresis hat die Erforschung der elektrischen Schwingungen ungemein befruchtet, das Gebiet der praktischen drahtlosen Telegraphie mit ungedämpften Wellen stark gefördert. Wenn eine der Simonschen Lichtbogenhysteresis analoge Erscheinung, eine Hysteresis in Geißlerröhren, nun auch nicht ein so unmittelbares praktisches Interesse beanspruchen kann wie jene selbst, so erscheint doch das Studium der Charakteristik der Glimmentladung schon in Rücksicht auf die Erscheinungsbedingungen der Simonschen Hysteresis von wesentlicher Bedeutung, und das um so mehr, als in Geißlerröhren ganz besondere Typen einer Charakteristik beobachtet wurden, die vielleicht unsere Anschauungen über Hysteresis zu fördern vermögen.

Die Literatur über Hysteresis bei der Glimmentladung ist noch sehr wenig umfangreich.

Auf die Resultate J. Herwegs[1]), der neuerdings über die Ursache der Hysteresis gearbeitet hat, sowie auf eine Arbeit von A. Wertheimer[2]) werden wir am Ende unserer Darlegungen kurz eingehen. Zu erwähnen sind auch die Arbeiten von Marsh und Nottage.

1) Über ungedämpfte elektrische Schwingungen, Jahrb. d. drahtl. Telegr. u. Teleph. 1, 26, 1907.

1) Diese Zeitschr. **13**, 639, 1912.
2) Göttinger Diss. 1911. (Auch im Buchhandel bei S. Hirzel in Leipzig.)

2. Gelegentlich einer früheren Untersuchung über die geschichtete Glimmentladung wurden vom Verfasser Charakteristiken von Geißlerröhren mit Stickstoffüllung eingehend studiert[1]).

Die damals zunächst angestellten Vorversuche sollten einen allgemeinen Überblick über die Größenordnungen von Stromstärke und Gasdruck geben, bei denen in verschieden weiten Röhren die Schichtung des positiven Lichts auftritt. Da geringen Verunreinigungen kein großes Gewicht beizumessen war, wie festgestellt wurde, unterblieben besondere Maßregeln zu deren Verminderung.

Der verwandte, gut getrocknete, „käufliche" Stickstoff enthielt Spuren von Fett- und Quecksilberdämpfen.

Diese orientierenden Versuche ergaben nun die bemerkenswerte Tatsache, daß statische Charakteristik sowie Aufbau der Leuchterscheinung eines Geißlerrohres von der unmittelbaren Vorgeschichte der Entladung abhängen.

Ein typisches Kurvenbeispiel bringt Fig. 2, in der die Werte von V, V^0, PS, PS^0, S_1, S_1^0, Sm, Sm^0 als Ordinaten zu den Abszissenwerten von J eingetragen sind.

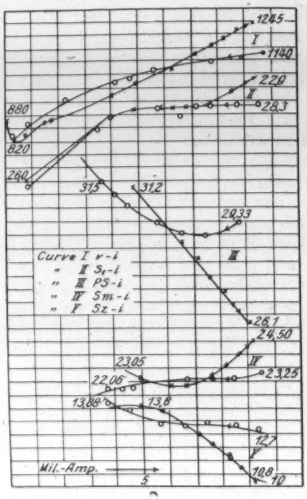


Fig. 2.

Reihe 11. (Siehe Fig. 2.) Rohr *a*. $p_1 = 0{,}205$ mm.

a) Aufsteigender Strom. (30. Oktober 1907.)

J	V	$2PS$	$2S_1$	$2L$	$2n$	Sm	Sz	Bemerkungen
0,067	880	—	—	—	—	—	—	PS lichtschwach.
0,116	820	—	—	—	—	—	—	PS vollkommen ausgebildet.
0,182	820	—	—	—	—	—	—	
0,670	830	731,0	55,5	—	—	—	—	S_1 im Entstehen.
1,182	875	—	—	—	—	—	—	S_1 unklar vorhanden.
1,383	880	—	—	—	—	—	—	
1,484	885	—	—	—	—	—	—	
4,84	1020	625,0	56,6	461,0	20	23,05	13,6	1. durchgehende, aber unklare Schichtung.
5,73	1060	608,0	56,6	460,0	20	23,00	13,4	
6,10	1070	598,0	55,6	455,0	20	22,75	13,1	
6,63	1110	583,5	56,6	459,0	20	22,79	12,6	
7,09	1130	574,0	56,6	460,0	20	23,00	12,6	
7,70	1160	559,5	57,0	421,0	18	23,30	12,1	
8,15	1190	549,0	57,0	425,0	18	23,60	11,7	
8,66	1220	538,0	58,0	384,0	16	24,00	11,4	
9,16	1245	522,0	58,5	346,6	14	24,50	10,8	

$p_2 = 0{,}205$ mm.

b) Absteigender Strom.

9,66	1140	586,6	56,7	42,00	18	23,25	12,7	
8,98	1110	597,5	56,6	46,10	20	23,05	11,9	
7,60	1100	590,0	56,0	46,00	20	23,00	12,9	
6,60	1070	599,0	56,0	45,90	20	22,95	12,9	
4,55	1040	611,5	55,0	45,50	20	22,75	13,5	
4,06	1030	619,0	52,0	45,50	20	22,75	13,6	
3,55	1020	630,0	52,0	45,30	20	22,65	13,9	Letzte durchgehende, aber unklare Schichtung.
2,24	950	—	—	—	—	—	—	
1,38	900	—	—	—	—	—	—	
0,720	850	716,0	52,0	—	—	—	—	
0,162	820	—	—	—	—	—	—	
0,116	820	—	—	—	—	—	—	

$p_2 = 0{,}205$ mm.

1) K. Fischer, Ein Beitrag zur geschichteten Entladung in Geißlerröhren (Göttinger Diss.).

Ebenso wie in späteren Tabellen bedeuten hier:

$p_1 p_2$ Druck vor und nach der Beobachtungsreihe,
J Stromintensität in Milliampere,
V Elektrodenspannung in Volt,
$2PS$, $2S_1$ doppelte Länge der Lichtsäule und der 1. Schicht,
$2L$ doppelte Strecke vom Ende der 1. Schicht bis zum Kopf der letzten ganz ausgebildeten Schicht vor der Anode,
$2n$ doppelte Zahl der Schichten auf der Strecke L,
Sm mittlere Länge der Schichten vor der letzten gut ausgebildeten Schicht auf der Anodenseite,
Sz Zahl der Schichten.

Die Schichten wurden gezählt vom Kathodenende der Säule an. PS, S_1 und L sind gemessen in halben Millimetern. In den Tabellen sind die doppelten Längen $2PS$, $2S_1$, $2L$ in Millimetern eingetragen.

Die durch Messung und Rechnung gefundenen Werte wurden graphisch dargestellt.

Für die Darstellung gelten immer die folgenden Angaben: J ist als Abszisse eingetragen (1 cm = 1 Milliamp.), V als Ordinate (1 cm = 100 Volt).

Die Werte von PS und S_1 sind so wiedergegeben, daß dem gemessenen Millimeter ein Zentimeter der graphischen Darstellung entspricht, während in den Kurven für Sm $^1/_{10}$ mm der Messung = 1 cm der Zeichnung ist.

3. Die Bedingungen, unter denen die ersten Vorversuche mit jenem „käuflichen Stickstoff" angestellt waren, legten die Vermutung nahe, daß Verunreinigungen der Grund der „Hysteresis" und ihrer Begleiterscheinungen waren. Deshalb wurden die ersten Vorversuche mit einem neuen Aufbau und mit selbsterzeugtem, sorgfältig gereinigtem Gase wiederholt.

Bezüglich der Einzelheiten der Versuchsanordnung und Herstellung des N_2 sowie der spektralanalytischen Prüfung des Gases muß auf die frühere Arbeit verwiesen werden. Zu bemerken sind hier die Dimensionen der Geißlerröhren, in denen beobachtet wurde:

Röhren		a	b	c
Elektroden-	Anode	3,99	2,97	1,95 cm
dimensionen	Kathode	3,99	2,96	1,95 „
Elektrodenabstand		52,3	49,6	29,7 „

Die gewonnenen Resultate lassen sich in die folgenden Sätze fassen, die sich einzeln auf die ihnen angegliederten Versuchsergebnisse stützen.

a) Wenn man in einer Geißlerröhre die Stromstärke allmählich steigert und dann wieder von den höchsten zulässigen Werten sinken läßt, erhält man eine Hysteresisschleife. Der rückgängige Ast der Schleife liegt bei größeren Drucken unterhalb, bei kleineren oberhalb der Ausgangscharakteristik. Zwischen beiden Druckgebieten, in denen nach unserer künftigen Bezeichnungsweise „positive" und „negative" Hysteresis eintritt, liegt eine Übergangszone, in der keine Hysteresis beobachtet wurde.

Reihe 3.

Röhre a. p = 1,123 mm Hg.

i	1,740	2,400	3,050	4,650	6,220	8,100
	7,090	6,080	3,553	2,545	1,848	1,030
v	1745	1735	1705	1685	1675	1640
	1655	1660	1680	1705	1715	1745

Es ist keinerlei Schichtung zu erlangen.

Reihe 4.

Röhre a. p = 1,118 mm Hg.

i	0,485	1,565	2,110	3,283[1]	5,180	6,170[2]
	7,120	8,200[3]	8,060	6,630	5,740	
v	1640	1540	1540	1525	1505	1505
	1505	1495	1485	1495	1495	
i	3,100	2,260	1,305	0,404		
v	1505	1515	1505	1625		

1) Die erste Schicht (S_1) will sich bilden. 2) S_1 ausgebildet. 3) Die Röhre hat sich kaum merklich erwärmt.

Reihe 18.

Röhre b. p = 0,658 mm Hg.

i	0,141[1]	0,520[2]	0,623	0,729	0,900	1,711
	2,770	7,640	10,800[3]	10,700		
v	1890	1520	1510	1505	1505	1480
	1475	1480	1480	1480		
i	4,700	5,690[4]	1,980	1,645	1,060	0,487
v	1480	1480	1480	1480	1490	1520

1) Schwache positive Säule reagiert auf Berühren der Glaswand. 2) Normale PS. 3) Röhre leicht erwärmt. 4) Erste Schichtung.

Reihe 21.

Röhre b. p_1 = 0,454, p_2 = 0,454 mm Hg.

i	0,1414[1]	0,515[2]	2,890	4,120[3]	4,610	
	5,540	6,960	7,190	7,631	8,640	
v	1285	1235	1245	1260	1270	1285
	1320	1325	1340	1370		
i	8,801	8,860	6,991	6,140	5,649	5,110
	4,662	4,109	3,600	2,830[4]		
v	1370	1345	1320	1315	1310	1300
	1295	1285	1285	1260		

1) PS mit verdicktem Kopfe. 2) S_1 vorhanden. 3) Erste durchgeführte (aber unklare) Schichtung. 4) Letzte durchgeführte (aber unklare) Schichtung.

Reihe 22.

Röhre *b*. $p_1 = 0{,}320$, $p_2 = 0{,}320$ mm *Hg*.

i	0,089[1]	0,167[2]	0,392	1,570	3,490[3]	4,610	
	5,110	5,630	6,120	6,620	7,130		
v	1320	1065	1040	1125	1185	1210	
	1245	1255	1285	1320			
i	8,640	8,140	6,620	6,120	5,610	4,610	
	4,100	3,090	2,620[4]	1,070			
v	1370	1320	1320	1315	1300	1275	
	1240	1205	1180	1060			
i	0,49—0,55	0,238	0,114				
v	1035	1015	1410				

1) Lichtschwache, verwundene *PS*. 2) S_1 im Entstehen. 3) Erste durchgeführte Schichtung (unklar). 4) Letzte durchgeführte Schichtung (unklar).

Reihe 27.

Röhre *b*. $p_1 = 0{,}144$, $p_2 = 0{,}144$ mm *Hg*.

i	0,070[1]	0,119	0,282[2]	0,545	0,677	1,310[3]	
	2,090	3,660[4]	4,620				
v	830	835	795	835	860	925	1000
	1125	1230					
i	5,530	6,640	8,210	9,160	9,480	8,150	
	7,090	7,200	5,720				
v	1315	1400	1675	1695	1705	1640	
	1595	1615	1515				
i	4,170	3,190	2,490	2,100[6]	1,480	0,485	
	0,212	0,103[7]	0,072				
v	1605	1320	1245	1190	1090	910	840
	850	860					

1) „Schichtung", vgl. Abs. 5. 2) Zwei Schichten vorhanden. 3) Bei diesen Stromstärken leuchtet die Röhre in kräftigeren Farben. 4) Sehr unklar durchgeführte Schichtung, nach 5) kleine Pause, ohne den Stromkreis zu ändern. 6) „Schichtung". 7) „Schichtung" sehr lichtschwach.

Die durch die vorstehenden Beobachtungen bestimmten Kurven sind in Fig. 3 dargestellt.

b) Die verschiedene Lage der Charakteristiken für auf- und absteigenden Strom hat ihren Grund nicht in dauernden Veränderungen im Innern der Röhre. Erstens gelangen bei kleinen Stromstärken die Kurven für auf- und absteigenden Ast zur Deckung, und zweitens ergeben unter gleichen Versuchsbedingungen zu verschiedenen Zeiten aufgenommene Wertpaare von Stromstärke und Elektrodenspannung wesentlich gleiche Kurven.

Reihe 19.

Röhre *a*. $p_1 = 0{,}530$, $p_2 = 0{,}530$ mm *Hg*.

i	0,262	0,392	0,630	0,786	0,890	1,030
	3,100	4,060	5,020	7,090		
v	1400	1370	1340	1315	1310	1305
	1305	1315	1340	1370		
i	9,100	10,00	11,7			
v	1395	1410	1425			

Die Röhre stand über Nacht.

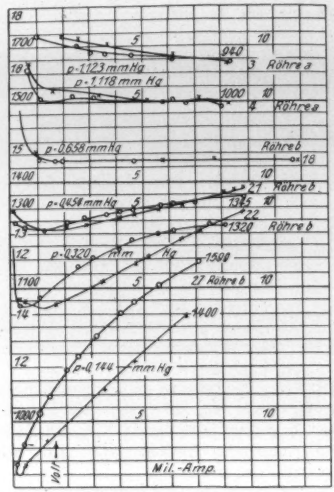


Fig. 3.

Reihe 20.

Röhre *a*. $p_1 = 0{,}530$, $p_2 = 0{,}530$ mm *Hg*.

i	0,231	0,549[1]	1,345	3,225[2]	5,680	6,150	
	6,600	7,225	9,200[3]	10,240			
v	1390	1330	1295	1305	1345	1345	
	1360	1370	1390	1400			
i	10,240	8,650	7,100	6,130	4,610	4,310	
	3,310[4]	2,880	2,215	1,670			
v	1400	1390	1370	1370	1345	1345	
	—	1320	1315	1295			
i	0,050						
v	1335						

1) S_1 im Entstehen. 2) Erste durchgeführte Schichtung. 3) Röhre am Kathodenende warm, kleine Pause. 4) Plötzlich sinkt der Strom auf 2,880 Milliamp., gleichzeitig verschwindet die Schichtung im Anodenende der *PS*.

Die Beobachtungen sind in Fig. 4 dargestellt. Die Werte der Reihe 19 sind bezeichnet durch $\times$; für die Reihe 20 geben die Zeichen ○ und ⊖ den auf- und absteigenden Ast.

Reihe 25.

Röhre *b*. $p_1 = 0{,}172$, $p_2 = 0{,}172$ mm *Hg*.

i	0,0935	0,14,95	0,228	0,520	0,635	0,713		
	1,313	2,120	3,580	5,100				
v	940	915	820	855	855	875	925	975
	1060	1145						
i	7,120	6,110[2]	7,120	10,150	10,170	9,140		
	8,120	7,120	6,110	5,100				

1) „Schichtung". 2) Die erste durchgeführte Schichtung tritt ein, wenn im aufsteigenden Aste der Strom von 7,120 auf 6,110 Milliamp. erniedrigt wird.

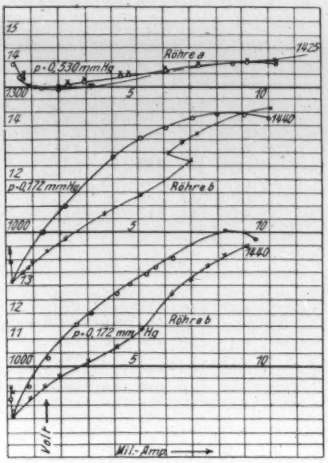


Fig. 4.

v	1270	1295	1370	1475	1440	1450
	1440	1440	1388	1360		
i	4,090	3,580	2,780	2,190	0,450	
v	1285	1250	1165	1100	905	

Die Röhre steht unberührt bis zum nächsten Tage.

Reihe 26.

Röhre b. $p_1 = 0{,}172$, $p_2 = 0{,}172$ mm Hg.

i	0,096[1]	0,112	0,190	0,872	1,242	1,920		
	3,030	4,120	5,120	6,220[2]				
v	900	890	805	880	905	955	1015	1065
	1125	1265						
i	7,020	7,650	8,150	9,160[3]	9,440	7,140		
	6,260	5,630	5,220	4,620				
v	1320	1370	1410	1440	1490	1450		
	1405	1375	1345	1300				
i	3,100	2,550[4]	1,590	0,677	0,231	0,157		
	0,093							
v	1190	1150	1025	920	830	830	900	

1) „Schichtung". 2) Erste, durchgeführte Schichtung, nach 4) letzte Schichtung, 3) Pause von einigen Minuten.

Die Werte der Reihen 25 und 26 sind zusammengestellt in Fig. 4.

c) Die Hysteresis tritt bei sehr verschiedener Reinheit des Gases in gleicher Weise zutage.

d) Die Hysteresis beeinflußt stark das Aussehen der Leuchterscheinung der Geißlerröhren (vgl. Reihe 11 und Fig. 2).

4. Auf Grund der Erfahrungen, wie sie in Abschnitt 3 wiedergegeben sind, wurden bei weiteren Versuchen die einzelnen Röhren des Systems stets bei einem bestimmten Drucke der Reihe nach mit steigendem und fallendem Strome betrieben.

Die Reihen wurden bezeichnet durch I—VIII mit den Indizes a, b, c, wobei die Zahlen die laufenden Nummern der Reihen, die Buchstaben die Röhren, der Größe nach von der weitesten bis zur engsten, bedeuten.

Der Strom wurde nur unterbrochen, wenn bei seiner Veränderung der Rheostat direkt berührt werden mußte, oder wenn am Ende des aufsteigenden Astes der Charakteristik eine Pause nötig war, um den Druck zu messen, oder sonst zu prüfen, ob irgendeine Veränderung des Aufbaues schädlich wirken konnte.

Dieses Arbeiten mit möglichst geringen Stromunterbrechungen war nötig, wenn die beiden Äste der Charakteristik regelmäßig und ohne Ecken verlaufen sollten. Es bedeutete übrigens keine besondere Überlastung der Röhren. Wurde nämlich der Strom unterbrochen, so mußte auf den Einzelversuch mehr Zeit verwandt werden, da die pendelnden Braunschen Elektrometer nur allmählich ihre Ruhelage erreichten.

Nicht zu vermeiden waren die Stromunterbrechungen bei kleineren Stromstärken, da hier die Hochspannungsrheostaten berührt werden mußten.

Die Unterbrechung war hier unbedenklich, da die Hysteresis bei kleineren Stromintensitäten gering war.

Die Hauptversuche wurden sämtlich mit derselben Gasfüllung angestellt. Eine direkte Messungsreihe mit fallendem und steigendem Drucke bei einer bestimmten Stromstärke war bei der benutzten Versuchsanordnung nicht möglich, da der Druckausgleich, namentlich bei kleineren Drucken, immerhin einige Zeit beanspruchte. Überdies hätten die Röhren besonders bei hohen Verdünnungen und stärkeren Strömen der Beanspruchung nicht genügen können.

Da die positive Lichtsäule beim Verschieben der Anode ihre Lage ändert, während ihr Kopf feststeht, erschien es bei dem ungleichen Elektrodenabstand der Röhre zweckmäßig, zwar die positive Säule selbst zu messen, aber auch den Abstand ihres Scheitels von der Kathode in die Tabellen und Tafeln als KS einzuführen. Es folgen die Versuchsergebnisse:

A. Beobachtungen an Röhre *a*.

Reihe I. *a*.

p	i	v	v^0	KS	KS^0	S_1	$S_1{}^0$	Sm	Sm^0
0,882	1,0	1370	1345	107,3	107,3	—	—	—	—
	2,0	1315	1300	108,0	108,0	—	—	—	—
	3,0	1300	1280	107,9	107,9	—	12,5	—	—
	5,0	1280	1267	107,5	107,5	16,5	16,5	—	—
	7,0	1270	1257	107,5	107,5	16,5	16,5	—	—
	9,0	1251	1245	107,5	107,5	16,5	16,5	—	—
0,882									

Reihe II. *a*.

0,728	1,0	1145	1130	103,0	95,0	—	—	—	—
	2,0	1140	1125	105,0	96,5	15,5	15,5	—	—
	3,0	1135	1121	106,0	97,0	16,0	16,5	—	—
	6,0	1125	1115	106,5	97,5	16,5	17,5	—	—
	7,0	1115	1115	107,5	97,5	18,0	17,5	—	—
	9,0	1112	1112	107,5	97,0	18,5	18,5	—	—
0,728									

Reihe III. *a*.

0,589	1,0	1000	1010	105,0	105,0	18,5	—	—	—
	2,0	1000	1008	106,0	108,0	16,6	16,6	15,00	15,55
	3,0	999	1005	107,0	109,5	17,0	17,0	15,70	16,00
	5,0	990	995	108,5	111,0	18,5	18,5	16,50	16,50
	7,0	991	999	111,2	111,5	19,5	19,5	16,80	16,80
	9,0	992	992	112,5	111,5	19,9	19,9	17,15	17,15
0,589									

Reihe IV. *a*.

0,459	1,0	855	—	108,5	—	18,5	—	16,65	—
	2,0	840	—	111,2	—	19,0	—	17,30	—
	3,0	845	—	113,0	113,5	19,5	—	17,80	—
	5,0	845	870	114,5	123,0	20,0	20,0	18,75	18,90
	7,0	848	885	118,0	127,0	21,0	21,0	19,30	19,42
	9,0	855	885	121,0	129,8	21,0	20,5	19,50	19,60
0,459									

Reihe V. *a*.

0,373	1,0	750	—	113,5	—	20,0	—	18,50	—
	2,0	752	—	116,0	—	20,5	—	18,75	—
	3,0	750	775	118,5	125,5	20,0	20,0	19,45	19,00
	5,0	760	795	123,5	130,8	21,5	21,5	20,43	20,25
	7,0	770	810	128,5	136,0	22,0	22,0	21,01	20,98
	9,0	787	818	133,8	140,3	23,0	22,1	21,28	21,28
0,373									

Reihe VI. *a*.

0,288	1,0	665	?	128,0	131,0	22,5	22,5	20,30	20,80
	2,0	685	700	135,0	138,5	24,0	24,0	20,75	20,60
	3,0	700	730	141,2	146,0	25,0	25,0	21,15	21,35
	5,0	745	785	151,0	160,9	25,0	25,0	22,00	23,15
	7,0	785	830	162,0	173,0	25,1	25,1	22,85	23,90
	9,0	823	855	175,0	180,0	25,1	25,1	23,75	24,20
0,288									

Reihe VIII. *a*.

0,118	1,0	570	—	124,5	—	35,0	36,5	29,65	28,90
	2,0	685	700	145,0	148,5	24,0	24,0	20,75	20,60
	3,0	750	865	281,0	305,0	36,0	38,0	28,00	29,18
	5,0	890	1040	301,5	341,5	38,0	38,0	28,45	30,05
	7,0	1025	1115	331,4	363,5	38,6	38,8	29,27	30,15
	9,0	1160	1270	352,5	372,5	39,0	39,0	30,15	—
0,118									

B. Beobachtungen an Röhre *b*.

Reihe I. *b*.

p	i	v	v^0	KS	KS^0	S_1	$S_1{}^0$	Sm	Sm^0
0,882	1,0	1475	1450	59,0	60,8	10,5	10,5	—	—
	1,5	1450	1425	58,8	61,3	11,5	11,5	—	—
	2,0	1428	1419	59,5	61,5	12,0	12,0	—	—
	2,5	1410	1400	59,5	61,7	12,8	12,8	—	—
	3,0	1400	1395	59,9	61,8	13,0	13,0	—	—
	5,0	1385	1380	61,2	62,0	13,5	13,5	—	—
	7,0	1370	1370	62,5	62,5	13,5	13,5	—	—
	9,0	1365	1365	64,5	64,5	13,5	13,5	—	—
0,882									

Reihe II. *b*.

0,728	1,0	1270	1260	61,0	59,3	13,0	12,0	—	—
	1,5	1260	1245	61,7	59,7	13,8	12,8	—	—
	2,0	1250	1243	62,3	60,3	14,0	13,2	—	—
	2,5	1247	1230	63,0	60,8	14,1	13,7	—	—
	3,0	1243	1228	64,0	61,5	14,3	14,0	—	—
	5,0	1238	1225	66,2	63,7	15,0	14,5	12,65	12,70
	7,0	1230	1221	67,8	66,0	15,0	15,0	12,85	12,90
	9,0	1227	1222	68,0	68,0	15,0	15,0	12,95	13,05
0,728									

Reihe III. *b*.

0,588	1,0	1120	1120	62,5	63,8	15,0	15,0	12,50	—
	1,5	1113	1113	63,7	66,5	15,1	15,1	12,52	12,55
	2,0	1110	1113	64,7	68,7	15,2	15,2	12,60	12,85
	2,5	1105	1112	65,9	70,5	15,3	15,3	12,70	13,07
	3,0	1100	1180	66,8	72,0	15,4	15,4	12,88	13,28
	5,0	1090	1120	71,0	76,5	15,5	15,5	13,45	13,80
	7,0	1092	1112	75,0	79,0	15,5	15,5	13,80	14,05
	9,0	1103	1120	79,3	80,0	15,5	15,5	13,99	14,05
0,588									

Reihe IV. *b*.

0,459	1,0	983	—	69,0	—	15,5	10,0	14,40	—
	1,5	965	965	70,5	69,5	16,0	15,5	14,20	14,30
	2,0	952	970	72,0	73,5	16,5	16,5	14,25	14,19
	2,5	948	975	77,5	74,5	16,7	16,7	14,50	14,38
	3,0	943	980	—	—	—	—	14,80	14,45
	5,0	955	1003	79,0	87,0	17,5	17,5	15,45	14,68
	7,0	980	1023	84,4	91,4	17,7	17,5	15,68	14,75
	9,0	999	1040	89,5	92,5	18,3	18,3	15,82	14,85
0,459									

Reihe V. *b*.

0,373	1,0	850	855					15,15	—
	1,5	855	863					14,95	—
	2,0	859	873	Sind nicht mit genügender Schärfe zu messen.				15,15	15,25
	2,5	862	885					15,40	15,65
	3,0	868	896					15,60	15,93
	5,0	905	952					16,05	16,50
	7,0	953	995					16,30	16,60
	9,0	1005	1005					16,42	16,42
0,373									

Reihe VI. *b*.

0,288	1,0	750	775	90,0	95,0	20,0	—	16,28	—
	1,5	761	810	95,5	101,0	20,2	—	16,80	16,85
	2,0	783	839	100,5	105,0	20,2	—	17,05	16,75
	2,5	800	870	105,0	112,5	20,3	20,5	17,10	16,90
	3,0	825	900	109,0	117,0	20,3	20,5	16,90	17,10
	5,0	910	991	115,0	133,5	20,5	20,8	16,82	17,65
	7,0	995	1065	140,0	144,8	20,8	20,9	17,33	18,00
	9,0	1070	1095	151,5	—	21,0	21,0	17,95	18,13
0,288									

Reihe VII. *b*.

p	i	v	v^1	KS	KS^0	S_1	$S_1{}^0$	Sm	Sm^0
0,118	1,0	700	—	—	—	—	—	—	—
	1,5	770	—	—	—	—	—	—	—
	2,0	830	980	—	—	—	—	24,00	—
	2,5	900 od. 880	1060	—	—	—	—	23,40	—
	3,0	960 bis 940	1140	—	—	—	—	22,90	22,20
	5,0	1210	1410	—	—	—	—	23,00	23,00
	7,0	1450	1615	—	—	—	—	24,20	24,00
	9,0	1675	1675	—	—	—	—	24,00	—
0,188									

C. Beobachtungen an Röhre *c*.

Reihe I. *c*.

0,882	0,5	1020	—	41,0	—	—	—	—	—
	1,0	1015	—	41,5	—	9,0	—	—	—
	1,5	1010	1000	42,4	—	9,5	—	—	—
	2,0	1005	1010	42,5	—	9,7	—	—	—
	2,5	1000	1015	43,0	—	10,0	—	—	—
	3,0	917	1018	44,0	—	10,5	—	8,60	—
	5,0	990	1023	47,5	52,0	11,0	11,0	9,00	9,09
	7,0	995	1027	51,5	54,0	11,5	11,5	9,13	9,15
	9,0	1010	1030	55,7	54,5	11,5	11,5	9,28	9,12
0,882									

Reihe II. *c*.

0,728	0,5	915	895	42,0	—	10,0	—	8,00	—
	1,0	910	900	43,5	—	10,5	10,5	8,00	8,90
	1,5	905	915	45,0	43,5	11,0	11,5	8,95	9,10
	2,0	908	928	46,5	49,5	11,0	11,5	9,07	9,18
	2,5	912	940	47,5	53,0	11,0	11,5	9,15	9,27
	3,0	915	951	49,0	55,4	11,0	11,5	9,20	9,35
	5,0	945	987	53,7	61,7	11,2	11,5	9,41	9,72
	7,0	985	1018	59,5	64,0	11,6	11,5	9,55	9,75
	9,0	1025	1025	64,0	63,5	11,9	11,5	9,70	9,65
0,728									

Reihe III. *c*.

0,589	0,5	815	—	45,4	—	11,2	—	—	—
	1,0	815	—	47,5	—	11,7	—	9,80	—
	1,5	815	847	49,5	54,0	11,9	—	9,60	9,95
	2,0	820	858	52,0	62,3	12,0	12,5	9,70	9,95
	2,5	828	870	54,0	68,0	12,2	12,5	9,82	10,05
	2,0	837	880	56,2	72,5	12,5	12,5	9,90	10,13
	5,0	885	922	65,0	81,0	12,5	12,5	10,14	10,25
	7,0	957	963	73,5	84,5	12,5	12,5	10,25	10,25
	9,0	1020	995	82,2	86,5	12,5	12,5	10,36	10,30
0,589									

Reihe IV. *c*.

0,459	0,5	—	—	—	—	—	—	—	—
	1,0	845	730	54,5	57,7	14,0	—	10,90	11,00
	1,5	850	750	57,0	63,5	14,0	—	10,79	10,80
	2,0	855	775	59,5	69,0	14,0	—	10,72	10,95
	2,5	860	710	62,3	73,5	14,0	—	10,75	11,10
	3,0	870	745	65,2	77,5	14,0	—	10,78	11,23
	5,0	910	960	76,0	91,5	14,0	—	10,92	11,60
	7,0	960	1023	87,0	100,5	14,0	—	11,07	11,53
	9,0	930	1070	98,0	100,5	14,0	—	11,20	11,53
0,459									

Reihe V. *c*.

p	i	v	v_0	KS	KS^0	S_1	$S_1{}^0$	Sm	Sm^0
0,373	0,5	695	695	56,5	62,5	14,5	14,0	12,25	11,70
	1,0	658	740	62,0	72,0	15,0	14,5	11,85	11,18
	1,5	675	780	65,7	79,0	15,0	15,0	11,55	11,45
	2,0	699	820	69,2	85,0	15,0	15,5	11,45	11,75
	2,5	723	850	72,5	90,0	15,0	15,5	11,42	11,99
	3,0	748	880	76,0	94,5	15,0	15,5	11,40	13,18
	5,0	845	1000	88,2	109,5	15,0	15,5	11,52	12,62
	9,0	1080	1140	115,5	125,7	15,0	15,5	11,82	12,90
0,373									

Reihe VI. *c*.

0,288	0,5	600	615	72,0	73,5	—	—	14,70	14,05
	1,0	643	665	80,3	84,8	—	—	14,15	13,60
	1,5	689	740	86,7	92,0	—	—	13,70	13,12
	2,0	732	805	92,0	104,0	—	—	13,20	12,71
	2,5	776	863	97,0	113,0	—	—	12,85	12,65
	3,0	820	915	102,0	120,5	—	—	12,65	12,80
	5,0	990	1115	121,5	144,5	—	—	12,30	13,40
	7,0	1175	1275	141,5	—	—	—	12,62	13,82
	9,0	1360	1395	161,0	168,0	—	—	13,15	13,70
0,288									

Reihe VII. *c*.

0,210	0,5	595	690	92,5	104,5	15,0	15,0	—	—
	1,0	670	800	104,5	125,0	15,2	15,5	15,25	15,00
	1,5	765	905	115,5	140,0	15,7	15,8	15,20	14,85
	2,0	875	1015	126,8	150,5	16,0	16,0	14,23	13,80
	2,5	990	1115	138,0	157,5	16,3	16,8	13,05	13,95
	3,0	1090	1210	146,5	163,5	16,5	17,0	13,20	14,20
	5,0	1240	1480	159,5	183,5	17,2	18,6	13,80	14,90
	7,0	1365	1665	173,5	198,0	18,2	19,0	14,60	15,25
	9,0	1600	1600	—	—	—	—	15,40	15,30
0,210									

5. Den Tabellen des Abschnitts 4 lassen sich die folgenden Resultate entnehmen:

Die Charakteristiken $V-J$ von Geißlerröhren zeigen bei auf- und absteigendem Strome einen allmählichen Übergang von Typus 1 zu Typus 3 in Druckintervallen, die für die einzelnen Röhrenweiten verschieden sind, und zwar derart, daß die enge Röhre der weiten in der Entwicklung ihrer Charakteristik voraneilt. Von Typus 1 zu Typus 3 gelangt man durch Verminderung des Gasdrucks (Fig. 5).

Fig. 5.

Die Charakteristiken von Typus 1 besitzen eine „positive", die von Typus 3 eine „negative" Hysteresis, den Übergang bildet Typus 2.

Nur bei „negativer" Hysteresis ist eine durchgeführte Schichtung des positiven Lichts beobachtet worden.

In den beiden Ästen der Doppelcharakteristik erhält man eine verschie-

denartige positive Säule, bei der geschichteten Entladung verschiedene Schichtenlängen und Schichtenzahlen.

In dem steil abfallenden Aste der Charakteristiken wurde in gewissen Druckgrenzen eine zweite Art von Schichten beobachtet, deren Länge sehr beträchtlich ist (hier ist Sm stets größer als der Röhrendurchmesser) gegenüber der unter denselben Druckverhältnissen gemessenen gewöhnlichen Schichtung, deren Grenzen aber für eine Messung zu verwaschen sind. Diese sehr lichtschwache Erscheinung wurde mit „Schichtung" bezeichnet.

Die ungleich größere Reinheit des für die definitiven Versuche verwandten Gases gegenüber jenem, das den Vorversuchen diente, hat die Hysteresis-Erscheinungen nicht wesentlich beeinflußt.

Die charakteristischen Kurven für Druck-Elektrodenspannung werden ebenfalls von der Hysteresis der $V-J$-Diagramme bei konstantem Drucke beeinflußt.

Das Minimum von V verschiebt sich mit wachsender Stromstärke nach größeren Werten des Druckes, scheint aber innerhalb der Grenzen der Beobachtung einem Maximum zuzustreben (vgl. Fig. 6 und 7).

6. Ähnliche Beobachtungen, wie sie im vorstehenden beschrieben sind, erhielt einige Zeit später A. Wertheimer. Herr Wertheimer nahm mit der Joubertschen Scheibe die Charakteristiken an Röhren auf, die bei geringem Gasdruck mit 50periodigem Wechselstrom betrieben wurden. Auch er erhielt eine Umkehr der Hysteresis. Herr Herweg sucht die Wertheimerschen Resultate sowie die eigene Beobachtung einer normalen Hysteresis der Glimmentladung durch Temperatureffekte zu erklären. Er sagt am Schluß seiner Arbeit:

> „Die Hysteresis wird erklärt durch Temperaturänderungen der Kathode und dadurch bedingte Dichteveränderungen im umgebenden Gase."

Speziell über die von Herrn Wertheimer gefundene Umkehr des Umlaufsinnes der Hysteresis bei Drucken unterhalb 0,5 mm Druck sagt Herr Herweg:

„Da die Elektrodenspannung in jeder Röhre je nach Form der Kathode bei Erniedrigung des Drucks nur bis zu einer bestimmten Minimalspannung abnimmt, dann aber bei weiterer Druckerniedrigung wieder ansteigt (wenn nämlich die Kathode vollständig mit Glimmlicht bedeckt ist), so muß die Temperaturerhöhung der Kathode und des umgebenden Gases, sobald man sich unter dem kritischen Druck (bei Wertheimer 0,5 mm) befindet, ein Steigen der Elektrodenspannung zur Folge haben. Da die Temperaturerhöhung (Verminderung der Dichte) mit abnehmendem Strom nicht sofort verschwindet, wird jetzt die Spannung auf höheren Werten verlaufen, als beim Ansteigen des Stromes."

Die hier beschriebenen Beobachtungen sprechen gegen die Herwegsche Auffassung.

Die Fig. 6 und 7 zeigen deutlich, daß die negative Hysteresis auch bei Drucken auftritt, die größer sind als jene „kritischen". Daraus ist zu schließen, daß ein Temperatureffekt zum mindesten nicht unmittelbar die Hysteresis selbst oder gar deren Umkehr zur Folge haben kann. Ich möchte vielmehr glauben:

Die beobachtete Erscheinung, daß die Charakteristik der Glimmentladung von der unmittelbaren Vorgeschichte der Entladung abhängt, steht in unmittelbarem Zusammenhang mit dem Aufbau des positiven Lichtes, d. i. mit den Ionisierungsvorgängen auf der Anodenseite der Geißlerröhren.

Auf einen möglichen Zusammenhang zwischen einer Schichtung des positiven Lichtes und einer „negativen" Hysteresis hoffe ich demnächst noch näher eingehen zu können.

Gartenfeld, April 1913. Physik. Labor. des Siemens-Schuckert-Kabelwerkes.

(Eingegangen 17. Mai 1913.)

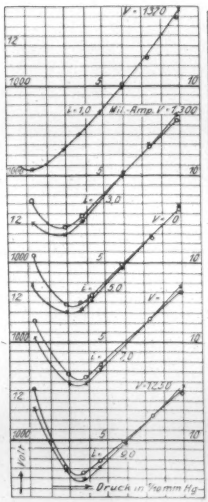


Fig. 6.

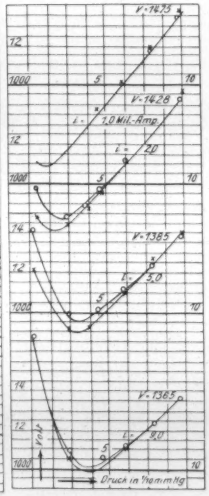


Fig. 7.

Messung der Stromkurve in Luft bei Ionisierung durch β- und γ-Strahlen.

Von E. Wertheimer.

(Mit Tafel XXVII.)

Nachdem kürzlich die Stromkurve in Luft bei Ionisierung durch Röntgenstrahlen von H. Seemann[1]) eingehend untersucht ist und Messungen für den Fall der Ionisierung durch α-Strahlen bereits vorliegen[2]), habe ich, einer Anregung von Herrn Dr. Greinacher folgend, die Stromkurve in Luft für den Fall untersucht, daß die Bestrahlung durch β- und γ-Strahlen unter (möglichster) Vermeidung von Sekundärstrahlung erfolgt.

Versuchsanordnung.

Als Meßmethode wurde die Bronson-Methode der konstanten Ausschläge gewählt. Die Versuchsanordnung ist aus der Fig. 1 ersichtlich.

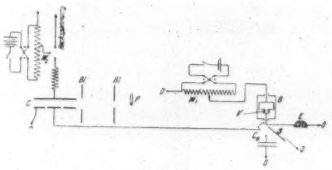


Fig. 1.

Das Quadrant-Elektrometer (E) nach dem System von Prof. Kleiner[3]) gebaut, hatte eine Empfindlichkeit von 4692 mm pro Volt bei 80 Volt Nadelspannung und 2 m Skalenabstand und zeigte in dem benutzten Intervall von je 250 Skalenteilen rechts und links vom Nullpunkt Symmetrie und Proportionalität. Die Untersuchung ergab, daß durch die vollständige Bernsteinmontierung des Instruments die für die Messungen notwendige vorzügliche Isolation vorhanden war. Der Bronson-Widerstand (B) enthielt ein Poloniumpräparat in einer Versenkung (V). Hierdurch und durch starke Vergoldung der Elektroden — die obere Elektrode hatte die aus der Figur ersichtliche Form — wurden die Schwankungen von Kontaktpotentialen fortgeschafft. Es blieb jetzt nur ein Kontaktpotential von + 0,015 Volt, das im Laufe der Monate stetig bis zum (maximalen) Betrag von + 0,04 Volt anstieg. Es wurde durch Abschaltung bei W_1 kompensiert, so daß Elektrometernullpunkt und Bronson-Nullpunkt zusammenfielen, wie es zur bequemen Reduktion der Meßresultate notwendig war. Das Präparat hatte zur Zeit, als die für die Resultate benutzten Kurven aufgenommen wurden, eine Aktivität derart, daß für den Bronson-Widerstand der Wert

$$2{,}06 \cdot 10^{11}\ \Omega$$

gefunden wurde. Bei einer Voltempfindlichkeit von

4692 Sk. pro Volt

war demnach die Stromempfindlichkeit des Instruments

$$\frac{1}{4692} \cdot \frac{1}{2{,}06 \cdot 10^{11}} = 1{,}035 \cdot 10^{-15}\ \frac{A}{mm}$$

bei 2 m Skalenabstand.

Für die Konstruktion des Meßkondensators (C) war der Gesichtspunkt maßgebend, daß eine Sekundärstrahlung nach Möglichkeit vermieden werden sollte. Es wurde zunächst nach dem Vorbild von Seemann (l. c.) versucht, die Platten durch Seidenpapier (Kopierpapier) zu ersetzen. Es zeigte sich jedoch, daß die Kurven von der Tageszeit, zu der sie aufgenommen wurden, abhängig waren, indem mittags die Ausschläge bis zu 10 Proz. höher lagen als morgens und abends. Es wurde dies darauf zurückgeführt, daß das Seidenpapier zur Erzeugung der nötigen Leitfähigkeit mit Glyzerin und einigen Tropfen $CaCl_2$ feucht erhalten werden mußte und hierdurch unkontrollierbare Kontaktpotentiale entstanden. Da der größte Teil der Kurven bei einer Kondensatorspannung von weniger als 1 Volt aufzunehmen war, so mußte selbst eine geringfügige Änderung des Kontaktpotentials, etwa infolge Änderung des Feuchtigkeitsgehalts der Luft, sich störend bemerkbar machen. Es wurde deshalb anstatt des Seidenpapiers das dünnste mit Goldfolie überzogene Papier gewählt und erhielt der Kondensator jetzt die in der Fig. 2 gezeichnete Form. Das Gestell ist aus Holz. Auf den Messingplatten M (schräg schraffiert) befinden sich Zylinder aus 1 mm dicker Pappe P, mit Syndetikon aufgeklebt. Das Goldpapier G ist an den Pappründern festgeklebt und bis zu den Messingplatten geführt, dort umgefalzt und zur Erzielung eines metallischen Kontakts mit einem Gummiring angepreßt. Zur Isolierung dienen hochpolierte Ebonitpfropfen (doppelt schraffiert). Der Luftschlitz zwischen der unteren Kondensatorplatte und dem Schutzring ist 2 mm breit. Letzterer trägt noch zur Verkleinerung des schädlichen Luftvolumens den inneren Papp-

1) H. Seemann, Dissertation Königsberg 1912; Ann. d. Phys. **38**, 781, 1912.

2) M. Moulin, Le Radium **5**, 136, 1908; Compt. rend. **148**, 1757, 1909; Curie, Radioaktivität **2**, 219; E. Rutherford, Radioactive Substances and their Radiations, S. 34, 1913; ferner H. Greinacher, diese Zeitschr. **10**, 986, 1909.

3) A. Kleiner, Vierteljahrsschr. d. Naturf.-Ges. Zürich 1906, S. 126; C. Mülly, diese Zeitschr. **14**, 237, 1913.

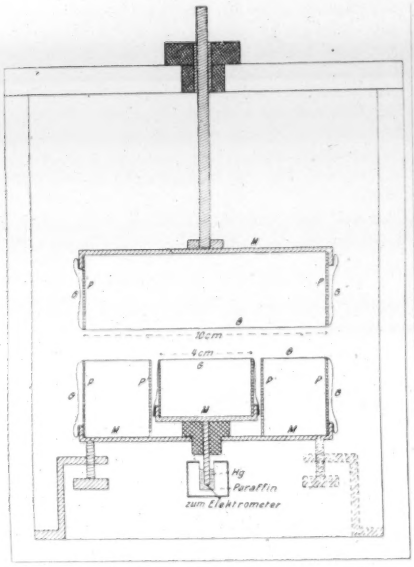


Fig. 2.

zylinder P'. Die Höheneinstellung der oberen Kondensatorplatte geschah durch Verschraubung (Ganghöhe 0.8 mm). Elektrostatisch geschützt wurde der ganze Kondensator, indem er auf allen Seiten mit Ausnahme der Eintrittsstelle der Strahlen mit einer geerdeten Hülle aus Goldpapier umgeben wurde.

An den Blenden (Bl)[1] sollte eine Sekundärstrahlung in Richtung nach dem Kondensator hin möglichst vermieden werden. Zu diesem Zweck war als Blendenmaterial 1,5 mm dicke Pappe gewählt, welche an der dem Präparat zugewandten Seite zur Verstärkung der Blendenwirkung mit Kupferfolie belegt war. Die Blenden wurden so eingestellt, daß weder die Holz- noch die Metallteile des Kondensators von den Strahlen getroffen wurden und daß von den Pappzylindern nur so viel bestrahlt wurde, als nötig war, um mit Sicherheit das ganze Luftvolumen zwischen den Platten zu bestrahlen. In der weiteren Flugbahn der Strahlen befanden sich keine Metallteile. Der untere Rand und die Seitenwände der Blenden waren ein für allemal fest eingestellt, der obere Rand war mittels eines auf und nieder schraubbaren Vorhangs (ebenfalls aus Pappe mit Kupferfolie) verschiebbar und wurde entsprechend dem jeweiligen Plattenabstand durch eine Visiereinrichtung eingestellt.

Das Präparat (P), 2 mg Mesothor, bezogen im Mai 1912 von Knöfler & Co. in Plötzensee, befand sich in einem Abstand von 30 cm (Präparat-Kondensatormitte), so daß eine einigermaßen homogene Bestrahlung angenommen werden konnte. Eine weitere Entfernung verbot sich dadurch, daß die Ionisierung alsdann zu klein wurde. Das Präparat befand sich in einem Glasröhrchen, durch welches die α-Strahlen zurückgehalten wurden. Letzteres steckte (siehe Fig. 3) in einem Kanal von 8×8 mm Quer-

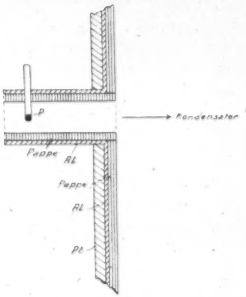


Fig. 3.

schnitt und 3 cm Länge, dessen Wände aus 2 mm dicker Pappe und 1 mm Al bestanden. Der Kanal war zwischen die Pole eines Elektromagneten geklemmt, um die β-Strahlen nach Belieben auch ablenken zu können. Der etwa 30 cm Kantenlänge messende Kasten, in dem der Elektromagnet sich befand, war aus Zigarrenkistenholz angefertigt und mit einer dreifachen Schicht, zunächst mit 2,5 mm Pb, dann mit 1 mm Al, und außen mit 2 mm Pappe umgeben. Die Fig. 3 zeigt diese dreifache Schicht (einen Teil der Vorderwand des Kastens). Es konnten demnach keine Strahlen den Kasten außerhalb der Austrittsöffnung des Kanals verlassen, ohne nacheinander ein Schwermetall, ein Leichtmetall und die Pappe durchlaufen zu haben. Diese Einrichtung wurde getroffen, um die im Pb erzeugten Sekundärstrahlen durch das Al und die im letzteren erzeugten durch Pappe zu absorbieren.

Das ganze System: Kondensator, Blendenvorrichtung und Präparatkasten war durch einen großen Deckel aus 1 mm dicker Pappe zur Abhaltung von Luftströmungen überdeckt. Eine Schicht von Verbandwatte an den Aufliege-

1) Diese, sowie das Präparat P sind in der Fig. 1 senkrecht zur Papierebene zu denken, so daß das Präparat sich nicht in unmittelbarer Nähe der Meßleitung befand.

stellen bewirkte zugleich einen staubdichten Abschluß.

Die Leitungen befanden sich, soweit notwendig, in geerdeten, ganz mit Paraffin ausgegossenen Messingröhren. Das Elektrometer und ein zu Eichzwecken dienender Normalkondensator (C_0) befanden sich in geerdeten Metallkästen von möglichst kleinen Dimensionen. Der Stift (S) diente zum Erden des Meßsystems.

Beobachtungsresultate.

1. Einfluß des Staubes und der Streuung der Strahlen.

Es wurde zunächst gefunden, daß die erhaltenen Kurven sich nicht reproduzieren ließen, indem bei unveränderter Versuchsanordnung und konstant bleibendem Sättigungsstrom die Kurven bald flacher bald steiler verliefen. Es stellte sich heraus, daß dies eine Folge des Staubgehalts der Luft war. Es war notwendig, nach einem Lüften des am Schluß des vorigen Kapitels erwähnten Deckels etwa 14 Stunden (über Nacht) zu warten, bis der in der Luft befindliche Staub sich gesetzt hatte. Durchsaugen von staubfreier Luft beschleunigte den Prozeß nicht wesentlich, auch eine Entfernung des Staubes durch Kondensation von Wasserdampf ließ sich hier nicht vornehmen. Die Fig. 4 zeigt eine bei einem Plattenabstand von

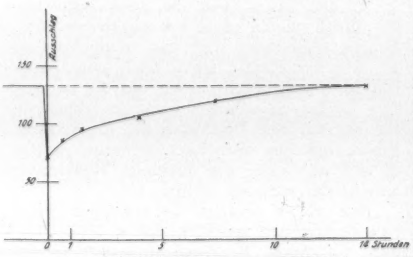


Fig. 4.

2,94 cm und einer Spannung von 1,2 Volt[1]) aufgenommene Kurve. Wie ersichtlich, ging der Ausschlag des Elektrometers, welcher vorher konstant . . . . . 133 mm betrug, nachdem der Deckel nur 5 Minuten gelüftet war, auf . . . 71 „ zurück, stieg dann nach 40 Minuten auf . . . . . 85 „ nach weiteren 50 Minuten auf . . 96 mm „ „ $2^1/_2$ Stden. „ . . 106 „ „ „ $3^1/_3$ „ „ . . 121,5 „ und erreichte am nächsten Morgen seinen alten Wert von . . . . . 133 „ den er dann auch dauernd behielt[1]).

Eine weitere beobachtete Erscheinung betrifft die Streuung der Strahlen in Luft. Sie zeigte sich bei der Aufnahme der Abstandskurve (Messung des Sättigungsstroms (J) als Funktion des Abstands der Kondensatorplatten (l), wobei eine Spannung von etwa 300 Volt pro cm verwandt wurde). Bezeichnet man mit Q den Querschnitt der Gassäule und mit e die Einheitsladung, so soll bekanntlich bei konstanter Ionisierung (q) die durch die Gleichung

$$J = Qeql$$

ausgedrückte lineare Abhängigkeit des Sättigungsstroms vom Plattenabstand bestehen. Diese Beziehung war auch im Mittel gut erfüllt, es fielen jedoch bei Wiederholung einer Messungsreihe die einzelnen Punkte bald etwas höher, bald etwas tiefer. Die Differenzen konnten nur durch die Einstellung der Blenden, die auch bei sorgfältiger Einvisierung um ein geringes variierte, entstanden sein. Dies führte schließlich zur Vermutung, daß die Zerstreuung der β-Strahlen hier eine Rolle spiele, indem nicht nur die strahlende Fläche von 8×8 mm sondern auch der ganze Luftraum zwischen Präparat und Kondensator in gewissem Maße als Ausgangspunkt von Strahlen zu betrachten war. Über die Zulässigkeit der Annahme einer Streuung der β-Strahlen schwanken die Angaben in der Literatur. Den positiven Resultaten von Crowther stehen die negativen Resultate von Becquerel gegenüber[2]).

Um die Frage näher zu untersuchen, wurden nach folgender Anordnung einige photographische Aufnahmen angefertigt: Unter einer Glasglocke wurde in der Höhe von 5 cm auf einem kleinen Holzgestell ein massiver Messingwürfel von 3 cm Kantenlänge aufgestellt (s. Fig. 5). Der Messingblock hatte einen 1 mm weiten bis in die Würfelmitte reichenden Schlitz (S). Das Präparat befand sich über diesem Schlitz in der Mitte des Blocks. Es wurde nun die eine Hälfte einer photographischen Platte bei Atmosphärendruck, die andere Hälfte derselben Platte bei Vakuum zur Exposition gebracht, und alsdann beide Hälften zusammen entwickelt. Sie sind nachstehend mit der gleichen Nummer bezeichnet. Es wurde erhalten[3])

1) Es war dieses derjenige Punkt der Stromkurve, bei dem sich der Einfluß des Staubes am stärksten geltend machte.

1) Vgl. auch Thomson-Marx, Elektrizitätsdurchgang in Gasen, Leipzig 1906, S. 20.

2) Curie, Radioaktivität **2**, 90.

3) Der Druck bei Vakuum (Wasserstrahlpumpe) ist der Mittelwert aus Anfangs- und Enddruck.

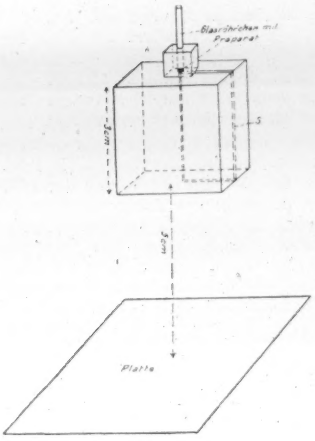


Fig. 5.

Fig. 6a[1]) bei 15 Std. Expos. und 72 cm Druck
„ 6b „ 15 „ „ „ 6 „ „
„ 7a „ 45 „ „ „ 72 „ „
„ 7b „ 15 „ „ „ $5^1/_4$ „ „
„ 8a „ 15 „ „ „ 72 „ „
„ 8b „ 15 „ „ „ 5 „ „

Bei Fig. 8 war unmittelbar unter dem Präparat zur Absorption der langsameren β-Strahlen eine Al-Folie von 0,1 mm angebracht worden.

Die Bilder zeigen, daß tatsächlich mit einer starken Streuung in Luft gerechnet werden muß. Das Resultat wird durch die inzwischen erschienenen photographischen Reproduktionen der Bahnen ionisierender Teilchen von Wilson[2]), welche diese Bahnen dem direkten Augenschein zugänglich machen, bestätigt. Es kann von einem definierten Strahlenbündel, wenigstens bei so geringer Ionisierung, wie sie hier benutzt wurde, nicht gesprochen werden. Sobald an der räumlichen Anordnung, sei es an der Entfernung der Blenden von Präparat und Kondensator[3]), sei es an der Einstellung der Blenden oder auch an dem Plattenabstand eine Änderung vorgenommen wurde, so änderte sich auch die Ionisierungsdichte (q) und in der Gleichung

$$J = Qeql$$

war der Sättigungsstrom nicht allein von l, sondern auch in geringem Maße von q abhängig.

Da somit die Proportionalität des Sättigungsstroms mit dem Plattenabstand nicht mit hinreichender Sicherheit zur Kontrolle herangezogen werden konnte, fehlte das eine Kriterium, ob bei der gewählten Versuchsanordnung tatsächlich die Diffusion und die Sekundärstrahlung ohne merklichen Einfluß auf die Messungen war. Es wurde deshalb auf das andere Kriterium für diese Frage, nämlich auf die Prüfung, ob die Stromkurven eine $\int$-förmige Verzerrung zeigten, besonderer Wert gelegt. Eine solche Verzerrung konnte an keiner der vielen aufgenommenen Kurven festgestellt werden, so daß die Bedingung des Fehlens von Oberflächenerscheinungen an den Platten mit genügender Annäherung erfüllt zu sein scheint.

1) Die Figuren 6—8 befinden sich auf Tafel XXVII.
2) C. T. R. Wilson, Jahrb. d. Rad. u. Elektr. **10**, 34, 1913.
3) Dies wurde gleichfalls untersucht und bestätigt gefunden.

2. Definitive Messungen der Stromkurven.

Zur Darstellung wollen wir in folgendem die bei einem Plattenabstand von

1,9, 2,46 und 2,94 cm

erhaltenen 12 Messungsreihen benutzen. Der Abstand 2,94 cm dürfte etwa die obere Grenze, welche mit den Breitendimensionen des Apparats (Deformation des Feldes) verträglich ist, vorstellen. Andererseits spielen bei zu kleinen Abständen die Fehlerquellen eine größere Rolle. Speziell fälllt hier der Einfluß der Kontaktpotentiale der Meßanordnung stärker ins Gewicht. Man ersieht aus den späteren Angaben über die Ausschläge bei positiver und negativer Sättigungsspannung, daß ihr Einfluß bei abnehmendem Plattenabstand stark anwächst[1]).

In der Fig. 9 stellt die gestrichelte Linie das Mittel aus obigen 12 Messungsreihen, deren Punkte aufgetragen sind, dar. Zum Vergleich ist eine theoretische Kurve nach einer Formel von Mie (ausgezogene Linie), auf die im nächsten Kapitel eingegangen wird, gezeichnet. Bevor wir auf eine Diskussion der Resultate eingehen, soll hier noch kurz angegeben werden, in welcher Weise die einzelnen Meßresultate aufeinander reduziert wurden.

Wir tragen zunächst die angelegten Potentiale als Abszissen auf, wobei wir berücksichtigen, daß die untere Kondensatorplatte sich nicht auf dem Potential „null", sondern auf demjenigen Potential befand, welches dem Elektrometerausschlag entsprach. Die zugehörigen Ordinaten finden wir, indem wir den tatsächlichen Ausschlag mit einem Reduktionsfaktor multiplizieren, der gegeben ist durch den reziproken Wert des arithmetischen Mittels von positivem

1) Die angelegten Potentiale hatten bei dem größten Teil der Kurven selbst sehr kleine Werte infolge der Kleinheit der Ionisierung, so daß auf die Kontaktpotentiale speziell zu achten war. So war z. B. bei 2,46 cm Plattenabstand bei einer Kondensatorspannung von 1 Volt, also etwa 0,4 Volt pro cm, bereits 73 Proz. des Sättigungsstroms vorhanden.

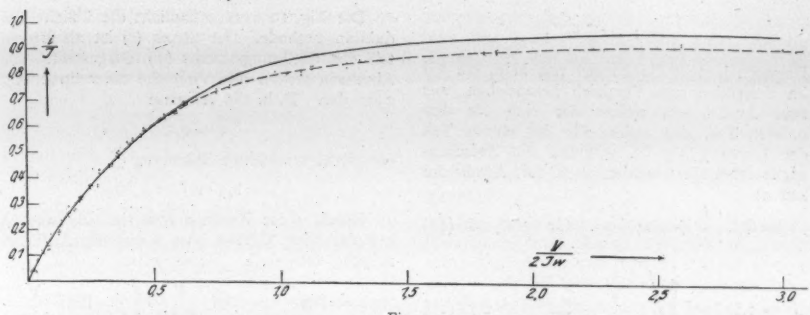


Fig. 9.

und negativem Ausschlag (A) bei Sättigungsspannung, also durch den Ausdruck

$$\frac{1}{\frac{1}{2}\{A_+ + A_-\}}$$

Hierdurch wird die Summe der Maximalordinaten, welche die reduzierten Ausschläge der Sättigungsspannung darstellen,

$$y_{m+} + y_{m-} = 2.$$

Da nun der positive Sättigungsstrom gleich dem negativen sein muß, verschieben wir die Abszissenachse derart, daß

$$y'_{m+} = y'_{m-} = y_{m+} + \delta = y_{m-} - \delta = 1.$$

Der Sinn dieser Verschiebung ist, daß wir hierdurch die durch störende Nebenionisierung entstandenen Ströme eliminieren. Solche Ströme waren zwischen der unteren Kondensatorplatte und dem Schutzring, sowie zwischen der Meßleitung und den sie umschließenden geerdeten Hüllen infolge der Kontaktpotentiale vorhanden.

Es war nun bei

	1,9 cm	2,46 cm	2,94 cm Abstand
$y_{m-} =$	1,09	1,06	1,035
$y_{m+} =$	0,91	0,94	0,965,

so daß eine Verschiebung

$\delta =$	0,09	0,06	0,035

theoretisch nötig war. Es zeigte sich jedoch, daß sich die positiven und negativen Kurven in ihrem ersten Teil nur dann völlig zur Deckung bringen ließen, wenn diese Verschiebungen (δ) etwas größer, nämlich zu

0,11	0,07	0,045

angenommen wurden, wie überhaupt bei kleinen Spannungen eine geringe Bevorzugung des negativen elektrischen Stroms (etwas größere Ausschläge) vorzuliegen schien. Es mag dieses damit zusammenhängen, daß die negativen Ionen infolge der β-Strahlen etwas in der Überzahl und überdies etwas schneller beweglich sind.

Durch den Schnittpunkt der Stromkurve mit der neu erhaltenen Abszissenachse legen wir jetzt die neue Ordinatenachse. Sie schneidet von den Abszissen ein Stück ab, das bei

1,9 cm	2,46 cm	2,94 cm

dem Potential + 0,02 + 0,03 + 0,05 Volt entspricht. Beim Anlegen dieser Spannung an den Kondensator waren demnach sowohl sämtliche Kontaktpotentiale als auch die Nebenströme kompensiert.

Nunmehr können wir den Reduktionsfaktor der Abszisse bestimmen. Wir wählen hierfür zum Vergleich mit der Kurve von Mie zweckmäßig denjenigen Punkt der Abszisse, bei dem die Ordinate den Wert $\left(\frac{i}{J} = 0{,}6\right)$ besitzt und legen ihm den Wert 0,5 bei, wie aus der Fig. 9 ersichtlich. Unter Benutzung des auf diese Weise gewonnenen Reduktionsfaktors ließen sich sämtliche gemessenen Kurven zur Deckung bringen, ohne daß bei irgendeiner eine prinzipielle Abweichung nach irgendeiner bestimmten Richtung festgestellt werden konnte.

Diskussion der Resultate.

Um eine Diskussion der erhaltenen Resultate durchführen zu können, empfiehlt es sich, von den theoretischen Formeln für die Stromkurve in Luft auszugehen. Es liegen zwei derartige Formeln vor, eine Näherungsformel von H. Greinacher[1]) und eine strengere Formel von G. Mie[2]). Erstere gilt für die ganze Kurve und hat außerdem den Vorzug, daß sie den Strom explizite als Funktion des angelegten Potentials gibt. Sie lautet:

1) H. Greinacher, Ann. d. Phys. **37**, 568, 1912.

2) G. Mie, Ann. d. Phys. **13**, 857, 1904. Wie Herr Seemann gezeigt hat, gibt die Formel von Mie mit der komplizierten Berechnungsmethode von Seeliger praktisch identische Resultate und ist ferner genauer als die ältere Formel von Thomson. Aus diesen Gründen gehen wir hier nur auf die Formel von Mie ein.

$$\frac{i}{J} = 1 - e^{-\frac{V}{wJ}}.$$

Dagegen besteht die Formel von Mie, die wir im folgenden zum Vergleich heranziehen, aus zwei Ausdrücken, wovon der eine für den unteren Teil, der andere für den oberen Teil der Kurve gültig ist, während die Zwischenpartie interpoliert werden muß. Die Ausdrücke lauten:

$$V = wJ\left\{\frac{i}{J} + 1{,}04\left(\frac{i}{J}\right)^2\right\} \text{ für } \frac{i}{J} < 0{,}6, \quad (1a)$$

$$V = 0{,}828\, wJ\sqrt{\frac{\frac{i}{J}}{1-\frac{i}{J}}} \text{ für } \frac{i}{J} > 0{,}7. \quad (1b)$$

Hierin bedeutet

V das an die Kondensatorplatten angelegte Potential,

J den Sättigungsstrom,

i den Ionisierungsstrom bei dem Potential V,

w den Ohmschen Widerstand für kleinen Strom.

Für den Sättigungsstrom (J) und den Ohmschen Widerstand w gelten bekanntlich die folgenden Beziehungen:

$$J = Qeql \quad (1c)$$

$$w = \frac{l}{Qe(u+v)\sqrt{\frac{q}{\alpha}}} = \sqrt{\frac{l^3}{JQ(u+v)^2}\cdot\frac{\alpha}{e}}. \quad (1d)$$

Hierbei ist

Q der Querschnitt, l die Länge } der Luftsäule,

$(u+v)$ die Summe der Ionenbeweglichkeiten,

e die Einheitsladung,

q die Ionisation pro ccm,

α der Rekombinationskoeffizient.

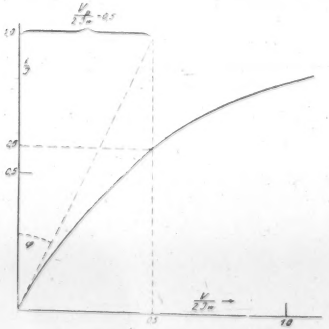


Fig. 10.

Die Fig. 10 veranschaulicht die übliche Reduktionsmethode. Der Strom (i) ist als Bruchteil des Sättigungsstroms (J) dargestellt. Die Abszissen stellen das Vielfache einer Spannung $2Jw$ dar. D. h. die Abszisse

$$x = 0{,}5$$

entspricht stets einer Spannung

$$V_p = 0{,}5 \cdot 2Jw = Jw.$$

Durch diese Festsetzungen ist für alle zu reduzierenden Kurven eine konstante Anfangsneigung festgelegt. Denn es ist

$$\operatorname{tg}\varphi = \lim\left(\frac{x}{y}\right) = \lim\left(\frac{V}{2Jw}\cdot\frac{J}{i}\right) = \lim\left(\frac{V}{2iw}\right) = \frac{1}{2},$$

da

$$w = \lim\left(\frac{V}{i}\right).$$

Wie man sieht, entspricht der Abszisse 0,5 die Ordinate 0,6 J, wovon am Schluß des vorigen Kapitels Gebrauch gemacht wurde.

Die Gültigkeit der Formel von Mie ist nun an die ausdrückliche Voraussetzung geknüpft, daß die Ionisierung eine homogene, strukturlose ist, mit anderen Worten, daß die gesamten pro Zeiteinheit erzeugten Ionen (q) gleichmäßig in der Raumeinheit verteilt sind. Bei der Beurteilung der Frage, ob und wann diese Bedingung erfüllt ist, leisten uns die bereits oben erwähnten Photographien von Wilson gute Dienste. Wir ersehen aus ihnen, daß die Annahme einer gleichmäßigen Ionisierung allenfalls bei intensiver Röntgenstrahlung zulässig sein kann; daß aber bei β- und γ-Strahlen, ebenso wie bei α-Strahlen die Ionen Ketten bilden, demnach eine strukturhafte Ionisierung vorliegt. Im speziellen liegen bei α-Strahlen die Ionen in den Ketten noch bedeutend näher beieinander, als bei β- und γ-Strahlen. Zwei Konsequenzen, welche diese strukturhafte Ionisierung hat, sind bereits von M. Moulin (l. c.) nachgewiesen. Erstens verlaufen bei gleichem q die Kurven bei α-Strahlen flacher als bei β- und γ-Strahlen; d. h. der Rekombinationskoeffizient (α) hat bei einer kleinen Zahl dichter Ketten einen weit größeren Wert, als bei einer großen Zahl dünner Ketten. Zweitens ist die Zahl der Wiedervereinigungen von der Richtung des elektrischen Feldes abhängig. Es ist $\frac{\alpha}{e}$ am kleinsten, wenn Feld und Einfallsrichtung der Strahlen senkrecht zueinander stehen, weil dann das Feld die Ketten auseinander zu reißen sucht, und am größten, wenn durch eine parallele Lage von

Feld und Strahlenrichtung die Rekombinationen begünstigt werden.

Gehen wir jetzt auf unsere Resultate ein! Eine Berechnung zeigte, daß wir den Wert

$$\frac{\alpha}{e} = 24000 \text{ (angenähert)}$$

anstatt des für Röntgenstrahlung gefundenen Mittelwerts

$$\frac{\alpha}{e} = 3380 \text{ (nach Mie)},$$

also einen siebenmal größeren Wert benutzen müssen, um die Anfangsneigung

$$w = \sqrt{\frac{l^3}{J \cdot Q(u+v)^2} \cdot \frac{\alpha}{e}}$$

mit der Kurve von Mie zur Deckung zu bringen. Die Fig. 11 zeigt zum Vergleich den Verlauf der Kurven für

$$\frac{\alpha}{e} = 24000 \text{ und}$$

$$\frac{\alpha}{e} = 3380.$$

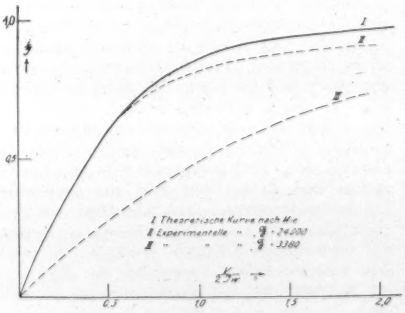


Fig. 11.

Der gefundene Wert von 24000 für $\frac{\alpha}{e}$ gibt demnach die Größenordnung des Rekombinationskoeffizienten für den Fall, daß die Ionisierung durch β- und γ-Strahlen stattfindet, daß ferner die Ionisierung eine wenig intensive ist und die Richtung des elektrischen Feldes und die Strahlenrichtung angenähert senkrecht zueinander stehen.

Weiter sehen wir, daß nur unterhalb 0,5 J die Kurven der Fig. 9 zusammenfallen, daß sie aber oberhalb 0,6 J divergieren und diese Divergenz maximal etwa 5 Proz. beträgt.

Vergleichen wir diese Resultate mit denen von H. Seemann (l. c.) für Röntgenstrahlen gewonnenen! Auch Herr Seemann fand die vorstehende Divergenz der Kurven in ihrem oberen Teil, nur in weit geringerem Maße. Sie begannen bei ihm bei 0,8 J und betrugen 1 bis $1^1/_2$ Proz. Dagegen konnte natürlich Herr Seemann mit dem Wert

$$\frac{\alpha}{e} = 3380 \text{ (angenähert)}$$

auskommen, da ja eben dieser Wert für Röntgenstrahlung bestimmt ist.

Es scheint demnach, daß die prinzipielle Abweichung des oberen Teils der experimentellen Kurven von der theoretischen um so mehr in Erscheinung tritt, je ausgeprägter die Struktur der Ionisierung ist.

Da die Kleinheit des zur Verfügung stehenden Präparates derartige Untersuchungen sehr erschwerte, wurde von einer Prüfung der Frage, ob der Rekombinationskoeffizient sich mit der Intensität der Bestrahlung und der Richtung des elektrischen Feldes ändert, Abstand genommen.

Zum Schluß seien noch einige Beobachtungen mitgeteilt: Wurde der Kanal hinter dem Präparat (s. Fig. 3) mit einem 2,5 mm dicken Bleistück verschlossen, so vergrößerte sich der Sättigungsstrom infolge der an dem Blei entstehenden Sekundärstrahlung um fast genau 10 Proz. Wurde ferner vor das Präparat, also in der Richtung des Meßkondensators, $4 \times 0{,}1$ mm Al gebracht, so sank der Sättigungsstrom auf zwei Drittel des ursprünglichen Werts. Wurden weiter die β-Strahlen durch den Elektromagneten abgelenkt, so daß in der Hauptsache nur γ-Strahlen von dem Präparat in Richtung des Kondensators ausgingen, so fielen die Ausschläge auf etwa ein Drittel des ursprünglichen Werts. Sie wurden jedoch damit für exakte Messungen zu klein, und wurde aus diesem Grunde die zunächst beabsichtigte getrennte Messung der Kurven für β- und γ-Strahlung nicht durchgeführt.

Es ist mir eine angenehme Pflicht, Herrn Prof. Kleiner für die mir freundlichst gewährte Arbeitsgelegenheit und die mir zur Verfügung gestellten Apparate zu danken. Auch bin ich Herrn Dr. Greinacher für die mir vielfach gewährte Hilfe zu besonderem Dank verpflichtet.

Zürich, Physikalisches Institut der Universität, Mai 1913.

(Eingegangen 20. Mai 1913.)

Photographische Aufnahmen einer mehrfachen Luftspiegelung [1]).

Von Wilhelm Hillers.

(Mit Tafel XXVIII.)

Seit mehreren Jahren konnte ich an einer Parkmauer am Strande der Elbe bei Blankenese die Erscheinung der Luftspiegelung beobachten. Die Mauer erstreckt sich in einer Entfernung von 188 m geradeaus in ungefähr ost—westlicher Richtung. Fast das ganze Jahr hindurch, wenn nur durch Sonnenschein die Mauer einige Grade über die Temperatur der „Umgebung" erwärmt ist, kann die Spiegelung mit großer Regelmäßigkeit beobachtet werden. Der Beschauer muß mit den Augen innerhalb eines Abstandes von 35 cm bleiben, dann erscheint ein Teil der Mauer mit einem reflektierenden, zitternden „Belage" verdeckt, in dem sich die Bilder von Personen in großer Mauernähe gut erkennen lassen. Der Belag reicht desto näher an den Beobachter heran, je geringeren Abstand seine Augen von der Wand haben.

Im Juni 1912 glückte es nun, von der Erscheinung photographische Aufnahmen zu machen. Diese haben vielleicht gerade deshalb ein gewisses Interesse, weil sie zum Teil ein dreifaches Bild zeigen, also die Form der Luftspiegelung, wie sie besonders durch Vince zuerst bekannt geworden ist, und die wir nach dem Vorschlage von Garbasso [2]) Vinces Luftspiegelung nennen wollen. Photographische Aufnahmen dieser Art sind mir bisher nicht bekannt geworden. Die wiedergegebenen besten Aufnahmen wurden von Herrn Dr. Max Wagner in Hamburg ausgeführt.

Es zeigt Fig. 1 [3]) die beste Aufnahme unvergrößert. Man sieht rechts den Elbstrom, links die von Parkbäumen überhangene, über 2 m hohe, etwas schief liegende Mauer, zwischen beiden den Strandweg. Die Mauer in ihrer ganzen Länge von 188 m erscheint stark verkürzt, da die photographische Linse nur einen Abstand von 16 cm von ihr hatte. Auf dem Strandwege befindet sich zufällig eine Gruppe von Personen. Blickt man links an diesen vorbei auf das ferne Ende der Mauer, so erkennt man einen kleinen weißen Fleck auf ihr, in ihm das Spiegelbild eines mit weißer Bluse bekleideten Knaben, der an der Mauer lehnt. Seine Entfernung vom Beobachter war 162,54 m, seine volle Breite 38 cm. Dieser Fleck ist der „reflektierende Belag". Das Bild ist unvergrößert zu klein, um Einzelheiten zu erkennen.

Fig. 2 zeigt dieselbe Aufnahme so weit vergrößert, als die Vergrößerung sich treiben ließ. Man sieht deutlich den Knaben, der das linke Bein über das rechte geschlagen hat und unten mit dem linken Fuße ebenso wie mit dem rechten Arme die Mauer berührt. In der Mauer erscheint zunächst das zu diesem „ersten" Bilde symmetrisch liegende „zweite" Bild (erstes Spiegelbild) in voller Größe. Aber neben diesem ersten Spiegelbilde liegt ein „drittes" Bild (zweites Spiegelbild), wieder symmetrisch zum ersten Spiegelbilde, also das erste Bild in Parallelverschiebung wiederholend. Es ist nicht vollständig entwickelt. Vielmehr wird es durch die vordere, dem Beschauer zugewandte „Belaggrenze" abgeschnitten, so daß etwa $^2/_3$ des ganzen Bildes erscheinen. Während das erste Spiegelbild mit dem ersten, „unmittelbaren" Bilde merklich gleiche Größe hat, ist das dritte offenbar stark verschmälert, aber nicht so, daß die Vergrößerung gegen die Grenze hin gegen Null konvergiert. Vielmehr bleibt sie auch hier endlich.

Wenige Minuten nach dieser Aufnahme wurde eine zweite gemacht, deren Wiedergabe Fig. 3 ist. Der Knabe ist vom Beschauer im selben Abstande. Trotzdem ist nur das erste und zweite Bild zu sehen, das dritte ist spurenweise in einem schmalen Streifen angedeutet. Fig. 4 zeigt uns eine dritte Aufnahme kurze Zeit nachher, wobei der Knabe nun in 112,86 m Abstand vom Beobachter sich befand. Erstes, zweites und drittes Bild sind gut entwickelt. Die beiden letzteren zeigen allerdings nur eine „Spiegelung" bis zur rechten Schulter. So kommt der merkwürdige Eindruck zustande, als fehle dem vollentwickelten Spiegelbilde der Kopf.

Während der Aufnahmen und bei anderen Beobachtungen war meist nur das erste Spiegelbild zu entdecken. Es ist also die Entwicklung nur zweier Bilder der „normale" Zustand. Das ist die auch sonst gewöhnliche Form der Luftspiegelung, die man nach Garbasso nach Monge bezeichnen sollte. Manchmal bemerkt man, wie das zweite Spiegelbild sich vom ersten abspaltet und unter Schwankungen sich wieder mit ihm vereinigt. Die ganze Erscheinung ist überhaupt in steter Unruhe. Unter anderen Aufnahmen an anderen Tagen waren die zweiten Spiegelbilder selten in einem äußerst schmalen Streifen vorhanden [1]).

Die Temperaturdifferenz der Mauer gegen die gleichtemperierte Umgebung wurde an verschiedenen Tagen gemessen. Sie erwies sich

1) Auszug aus einer Arbeit: Hillers, Über eine leicht beobachtbare Luftspiegelung usw. Unterrichtsblätter für Mathematik und Naturwissenschaften, Berlin, Salle, 1913, S. 21 ff.

2) Ann. d. Phys. 39, 1031, 1912.

3) Die Figuren befinden sich auf Tafel XXVIII.

1) An einem der warmen Tage Ende Mai 1913 wurde nur das doppelte Spiegelbild in sehr schöner Entwicklung beobachtet.

bei guter Entwicklung der Erscheinung von der Außentemperatur weitgehend unabhängig, meist gegen 4,5° C. Daraus kann man den Grenzwinkel der Totalreflexion berechnen, den eine warme Luftschicht dieses Temperaturüberschusses gegen eine andere hat. Er ist, zwischen Schicht und reflektiertem Strahl gemessen, 10′. Aus den Aufnahmen gewinnt man nun die notwendigen Größen, um mit den bekannten Daten noch einmal ohne Kenntnis der Temperatur denjenigen Winkel zu berechnen, um den der letzte aus der Spiegelung austretende Strahl gegen die Wand geneigt ist. Er hat die Richtung von der zugewandten Spiegelgrenze her auf den Beschauer. Aus den drei Abbildungen wurde dafür der Reihe nach gefunden 11,6′, 10,6′ und 14′.

Die Übereinstimmung ist für die beiden ersten Aufnahmen gut. In die letzte geht vielleicht ein beträchtlicher Fehler in der Bestimmung des Abstands der photographischen Linse von der Wand ein. Die Abweichung der Werte voneinander wird teilweise reell sein, den ungleichen Zuständen in den Augenblicken der Aufnahmen entsprechend.

An einem späteren Tage als dem der im Bilde vorgeführten Aufnahmen wurde vermittels gewöhnlicher Thermometer mit Gradeinteilung der Temperaturgang in der Luftschicht an der Wand mit dem Abstande von der Wand festzustellen gesucht. Dieser Gang wird den „normalen" Mittelwert darstellen, da die Thermometer raschen Schwankungen nicht folgen. Ist x die Entfernung eines Thermometers von der Mauer in cm, t der von ihm gezeigte Temperaturüberschuß in Grad C über die Temperatur der Umgebung, so wurde folgende Meßreihe gefunden:

x	t	x	t
0	4,4	3	0,15
1	0,9	4	0,05
2	0,4		

Die Reihe stellt in sich ausgeglichene Werte dar. Die Genauigkeit ist kaum auf etwa $+0{,}1^0$ C einzuschätzen. Da die Sicherheit der Messung nicht sehr groß ist, darf man zur Darstellung des Temperaturganges ihre Formeln mit verhältnismäßig weitem Spielraum angleichen. Theoretisches Interesse haben folgende Darstellungen:

$$t = \frac{4{,}4}{(1+x)^2}, \qquad (1)$$

$$t = 4{,}4 \cdot e^{-1{,}4x}, \qquad (2)$$

$$t = \frac{1{,}14}{x^2 + 0{,}26}. \qquad (3)$$

Die Fehlergrenze der Messungen erstreckt sich vielleicht bis zu den Abweichungen dieser Gleichungen voneinander. Verhältnismäßig am besten stellt (3) den Temperaturgang dar. Die drei Gleichungen unterscheiden sich wesentlich in ihrem Charakter für Werte von x innerhalb des ersten Zentimeters. In diesem Gebiete wurden keine Messungen vorgenommen. Nach (1) und (2) muß die Temperatur in Richtung auf die Mauer zu beschleunigten Anstieg haben, während nach (3) der Anstieg von einem Wendepunkte an verzögert wird und gegen die Grenze nach Null konvergiert, so daß der Mauer eine unendlich dünne Schicht konstanter Temperatur anliegt.

(Eingegangen 23. Mai 1913.)

Bemerkung über die Abhängigkeit der dreifachen Luftspiegelung nach Vince von der Temperaturverteilung.

Von Wilhelm Hillers[1]).

Es liegt eine reichhaltige Literatur über die Theorie der Luftspiegelungen vor[2]). Doch werden die meisten Ansätze heuristisch gemacht. Bisher scheint es noch keine Untersuchung zu geben, die Erklärungen der Vinceschen Luftspiegelung mit einem wirklich durchgemessenen Temperaturgange vergleicht. Das Problem des dreifachen Bildes erfreut sich für künstlich durch Überschichten zweier mischbarer Medien von verschiedenen Brechungsexponenten hergestellte Mittel, deren Brechungsexponenten dadurch mit dem Orte veränderlich geworden sind, gegenwärtig einer exakten Darstellung durch Garbasso[3]), die auf die letzten physikalischen Grundbedingungen aufgebaut ist. Für die Untersuchung der wirklichen atmosphärischen Luftspiegelungen mit ihren labilen Verhältnissen, die kaum eindeutig aus gegebenen Bedingungen zu entwickeln sind wie jene im Experiment, wird die Behandlung wohl noch „phänomenologisch" bleiben müssen. Eine Spiegelung wird „erklärt" sein, wenn es geglückt ist, die Erscheinungen aus einer beobachteten Temperaturfunktion berechnet zu haben. Einer solchen Durchrechnung stellen sich aber meist außerordentliche mathematische Schwierigkeiten entgegen, auch wenn die zur Berechnung notwendige Temperaturfunktion genügend genau bekannt wäre. Schon die jetzt in den meisten Handbüchern wiedergegebene Darstellung nach

1) Auszug aus einer größeren Abhandlung, die in den Abh. des „Naturwiss. Ver. zu Hamburg" erscheinen wird.
2) R. Straubel, Handb. d. Phys. VI,2, S. 485, Leipzig 1906.
3) Ann. d. Phys. **39**, 1073 ff., 1912.

Tait der Vinceschen Luftspiegelung läßt das erkennen[1]).

Nimmt man in einer ungleich warmen, unendlich ausgedehnten Luftmasse die Temperaturverteilung so an, daß die Niveauflächen gleicher Temperatur Ebenen sind, so wird eine dieser Ebenen gleichzeitig einseitige Grenze der Luftmasse sein, z. B. der Erdboden oder eine Wand[2]). Wählen wir diese Grenzebene als Y-Z-Ebene eines Koordinatensystems und nehmen darauf normal die X-Achse an, so ist der variable Brechungsexponent n eine Funktion der einzigen unabhängigen Veränderlichen x. Der Ansatz von Tait für die Problembehandlung ist dann

$$n^2 = a^2 + c^2 \cos \frac{\pi x}{b}.$$

Dieser Ansatz ist zunächst allein durch die Möglichkeit bedingt, ihn mathematisch durchführen zu können, was mit elliptischen Funktionen gelingt. Garbasso[3]) zeigt, daß ihm nach der Diffusionstheorie als erster Näherung eine gewisse innere Berechtigung zukommt, nämlich als erstem Gliede in der Entwicklung eines allgemeineren Gesetzes nach Fourierschen Reihen. Diese nicht sehr starke Begründung kann aber nicht hindern, daß andere Ansätze ebenfalls gemacht werden dürfen, wenn sie mit den in der Natur vorkommenden Verhältnissen nicht in direktem Widerspruche stehen. Eine Unvollkommenheit des Vorschlags von Tait ist ersichtlich die, daß sein Gesetz nur bis zur Grenze $x = b$ gilt. Läßt man von hier ab n für wachsende x konstant bleiben, so wird dadurch eine Unstetigkeit in der Änderung von n eingeführt, wie sie in der Natur nicht vorkommt. Auf die Bilder der vorhergehenden Mitteilung ist der Ansatz auch deshalb nicht anzuwenden, weil er für das dritte Bild eine gegen die Bildgrenze asymptotisch nach Null abnehmende Vergrößerung gibt, die dort in den Abbildungen 2 und 4 offensichtlich nicht vorhanden ist.

In den folgenden Zeilen soll eine Darstellung des Vinceschen Typus der Luftspiegelung angedeutet werden, die einerseits von den erwähnten Umständen unabhängig ist, andererseits ohne elliptische Integrale durchgeführt werden kann. Ferner steht die benutzte Temperaturfunktion mit den Beobachtungen der vorhergehenden Mitteilung in engem Zusammenhange. Sie zeigt schließlich, daß eine einfache Exponentialfunktion der Form (2) in der vorhergehenden Mitteilung für den Gang der Temperatur in der Atmosphäre, wie sie schon von anderer Seite vermutet worden ist[1]), die Vincesche Luftspiegelung nicht liefert.

Ist α der Neigungswinkel eines Lichtstrahls in der X-Y-Ebene unseres oben bestimmten Koordinatensystems gegen die X-Achse, φ sein Komplement, so gilt für alle Punkte der Lichtstrahlkurve das Brechungsgesetz

$$n \cdot \sin \alpha = n \cdot \cos \varphi = \text{const.} \qquad (1)$$

Hat das Medium an der Y-Z-Ebene den Exponenten n_0, für $\lim x = \infty$ den Wert n_1, so haben wir für einen einzelnen bestimmten Strahl

$$n \cdot \cos \varphi = n_1 \cos \varphi_1,$$

wobei φ_1 die Neigung der Strahlenasymptote gegen die Y-Z-Ebene bedeutet. Ist n' der Exponent im Scheitel dieser Strahlenkurve, so gilt

$$n' = n_1 \cos \varphi_1.$$

Fällt der Scheitel einer Kurve in die X-Y-Ebene, so ist

$$n_0 = n_1 \cos \varphi_0.$$

Nimmt nun die Temperatur von der Y-Z-Ebene bis in die Unendlichkeit stetig ab, n stetig zu, so ist

$$n_1 > n_0.$$

Hierbei sind beide Werte durch die Bedingungen der Erscheinung gegeben, damit auch

$$\cos \varphi_0 = \frac{n_0}{n_1}. \qquad (2)$$

Ein $\varphi_1 > \varphi_0$ führt auf einen Strahl, dessen Scheitel bei negativen Abszissen liegen würde. Ein solcher wird von der festen Begrenzungsebene des Mittels abgeschnitten, er kehrt in das Mittel nicht zurück. φ_0 ist also die größte Neigung der möglichen „gespiegelten" Strahlen. Er ist der Grenzwinkel der Luftspiegelung.

Der Zusammenhang zwischen Brechungsexponent und Dichte kann nach bekannter Gesetzmäßigkeit gegeben werden durch $\frac{n^2 - 1}{d} = \text{const}$, oder mit dem Gay-Lussacschen Gesetze

$$(n^2 - 1)\, T = \text{const},$$

wenn T die absolute Temperatur ist. Es sei nun T_0 die absolute Temperatur an der Grenze, T_1 diejenige für $\lim x = \infty$, T die variable Temperatur im Punkte x und

$$T = T_1 + t,$$
$$T_0 = T_1 + t_0.$$

Dann gilt

$$\left.\begin{aligned}(n_0^2 - 1)(T_1 + t_0) &= (n^2 - 1)(T_1 + t) = \\ &= (n_1^2 - 1) \cdot T_1 .\end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

Für die Verhältnisse in der Atmosphäre dürfen wir T gegen 300^0 setzen, während t höchstens 20^0 erreichen soll. Dann können wir t stets

1) Siehe z. B. Handb. d. Phys., a. a. O.
2) Siehe die vorhergehende Mitteilung.
3) a. a. O.

1) J. Macé de Lépinay et A. Perot, Ann. de Chim. et de Phys. **27**, 94, 1892.

als „klein" gegen die wesentlich gleichen T_0, T und T_1 ansehen.

Wir formen (2) um zu

$$\cos\varphi_0 = \frac{n_0}{n_1} = 1 - \frac{n_1 - n_0}{n_1}.$$

Nach (3) ist

$$(n_1^2 - n_0^2)\, T_1 = -(n_0^2 - 1)\cdot t_0.$$

Da man

$$n_0^2 - 1 = 2(n_0 - 1)$$

und

$$n_1^2 - n_0^2 = 2(n_1 - n_0),\quad \cos\varphi_0 = 1 - \frac{\varphi_0^2}{2}$$

setzen darf, so ist

$$\varphi_0 = \sqrt{\frac{2(n_0 - 1)\, t_0}{T_1}}. \tag{4}$$

Für $t_0 = 4{,}5^0$ C berechnet sich demnach $\varphi_0 = 10'$ [1]).

Mit (1) folgt aus

$$\operatorname{tg}^2\alpha = \frac{\sin^2\alpha}{1 - \sin^2\alpha} = \frac{n_1^2 \sin^2\alpha_1}{n^2 - n_1^2 \sin^2\alpha_1} =$$

$$= \frac{n_1^2 \cos^2\varphi_1}{n^2 - n_1^2 \cos^2\varphi_1},$$

$$\frac{dy}{dx} = \pm\frac{n_1 \cos\varphi_1}{\sqrt{n^2 - n_1^2 \cos^2\varphi_1}}. \tag{5}$$

Aus Gleichung (3) gewinnt man mit der dort folgenden Bemerkung

$$n^2 - 1 = \frac{(n_1^2 - 1)\cdot T_1}{T_1 + t} = (n_1^2 - 1)\left(1 - \frac{t}{T_1}\right)$$

und mit (4)

$$n^2 - n_1^2 = -\frac{(n_1^2 - 1)\, t}{T_1} = -\frac{(n_0^2 - 1)\cdot T_0 t}{T_1^2} =$$

$$= -\frac{2(n_0 - 1)\cdot t}{T_1} = -\varphi_0^2 \cdot \frac{t}{t_0}.$$

Entwickelt man (5) auf Glieder erster Ordnung nach φ_1^2 und läßt unbedeutende Faktoren fort, so ist

$$\frac{dy}{dx} = \pm\frac{1}{\sqrt{\varphi_1^2 - \varphi_0^2\left(\frac{t}{t_0}\right)}} \tag{6}$$

eine besonders einfache Form der Differentialgleichung der Lichtstrahlkurve.

Für ihren Scheitel ξ, η muß allgemein gelten $\frac{dy}{dx} = \infty$, wenn $x = \xi$.

Für Abbildungen maßgebend sind nur Strahlen durch das Auge. Dieses möge die Koordinaten x_2, 0 haben. Dann bestimmt sich die Integrationskonstante durch $x_2 = x$, $y = 0$. Damit wird die Gleichung der Lichtstrahlenkurve

$$y = \pm\int_{x_2}^{x} \frac{dx}{\sqrt{\varphi_1^2 - \varphi_0^2\left(\frac{t}{t_0}\right)}}. \tag{7}$$

Setzen wir nun als Temperaturfunktion

$$t = \frac{t_0\,(1 + e^{-\alpha a})}{1 + e^{\alpha(x-a)}}, \tag{8}$$

so hat die Funktion für $x = +\infty$ die beiden asymptotischen Grenzen 0 und $t_0(1 + e^{-\alpha a})$, für $x = a$ und $t = \frac{t_0}{2}(1 + e^{-\alpha a})$ einen Wendepunkt, wobei die Funktion in bezug auf dieses Wertepaar symmetrisch ist. Der Temperaturgradient für $x = 0$ ist endlich.

Die Integration von (7) mit diesem Ansatze ist langwierig, aber ausführbar.

Setzt man

$$1 + e^{\alpha(x-a)} = z,\quad 1 + e^{\alpha(x_2 - a)} = z_1,$$

$$\left(\frac{\varphi_0}{\varphi_1}\right)^2 (1 + e^{-\alpha a}) = r,$$

und

$$u = z - \sqrt{z^2 - rz},\quad u_1 = z_1 - \sqrt{z_1^2 - rz_1},$$

so folgt

$$a\varphi_1 y = \pm\log\frac{2u - r}{2u_1 - r} +$$

$$+ \frac{2}{\sqrt{r-1}}\left(\operatorname{arctg}\frac{u-1}{\sqrt{r-1}} - \operatorname{arctg}\frac{u_1 - 1}{\sqrt{r-1}}\right). \tag{9}$$

Für den Scheitel gilt mit früherer Bemerkung

$$1 + e^{\alpha(\xi - a)} = \left(\frac{\varphi_0}{\varphi_1}\right)^2 (1 + e^{-\alpha a}). \tag{10}$$

Dadurch kann man φ_1 durch ξ ausdrücken. Ersetzt man in (9) $x = \xi$, $y = \eta$ und φ_1 durch seinen Wert aus (10), so erhält man mit den notwendigen Rückwärtssubstitutionen

$$\eta a\varphi_0 \sqrt{1 + e^{-\alpha a}} = \pm\sqrt{1 + e^{\alpha(\xi - a)}}\left[\log\frac{1 + e^{\alpha(\xi - a)}}{\left[\sqrt{1 + e^{\alpha(x_2 - a)}} - \sqrt{e^{\alpha(x_1 - a)} - e^{\alpha(\xi - a)}}\right]^2} + \right.$$

$$\left. + \frac{2}{\sqrt{e^{\alpha(\xi - a)}}}\operatorname{arctg}\sqrt{\frac{e^{\alpha(x_2 - \xi)} - 1}{e^{\alpha(x_2 - a)} + 1}}\right]. \tag{11}$$

1) Siehe die vorangehende Mitteilung.

φ_1 ist ein für jeden einzelnen Strahl durch das Auge charakteristischer Parameter. Die vorliegende Gleichung ist frei von ihm. Sie ist also die Gleichung der Kurve, auf der alle Scheitel der gesamten Strahlenkurvenschar durch das Auge liegen. Diese Scheitelpunktkurve läßt aber nach Tait durch ihre Eigenschaften erkennen, welcher Fall der Luftspiegelung vorliegt.

Die Eigenschaften der Kurve werden durch folgende Betrachtungen klar. Setzt man $\xi = x_2$, so verschwindet das Argument der arctg-Funktion, während das der log-Funktion 1 wird. Beide Funktionen nehmen den Wert Null an. Die Kurve geht also durchs Auge. In der Tat muß ja zu der Schar der Strahlenkurven durchs Auge auch diejenige gehören, deren Scheitel im Auge selbst liegt. Entwickelt man für kleine $x_2 - \xi$, also in der Nähe des Auges auf Glieder erster Ordnung, so zeigt der Wert für $\frac{d\eta}{d\xi}$, daß die sich der Kurve anschmiegende Parabel nach der negativen Seite der X-Achse geöffnet ist. Mit von x_2 aus abnehmendem ξ steigt die Kurve steil an, $\frac{d\eta}{d\xi}$ ist negativ. Das Argument der arctg-Funktion nähert sich nun bei weiterer Abnahme von ξ rasch dem Grenzwert 1, wenn $a < x_2$, während das Argument der log-Funktion sich zunächst sehr wenig ändert. Näherungsweise kann man für (11) setzen, wenn

$$a \leqq \xi \ll x_2,$$

bleibt

$$\left.\begin{aligned}\eta \alpha \varphi_0 \sqrt{1 + e^{-\alpha a}} = &+ \sqrt{1 + e^{\alpha(\xi - a)}} \log \frac{1 + e^{\alpha(\xi - a)}}{\left[\sqrt{1 + e^{\alpha(x_2 - a)}} - \sqrt{e^{\alpha(x_2 - a)} - e^{\alpha(\xi - a)}}\right]^2} + \\ &+ \frac{\pi}{2} e^{-\frac{\alpha(\xi - a)}{2}} \cdot \sqrt{1 + e^{\alpha(\xi - a)}}.\end{aligned}\right\} \quad (12)$$

Der zweite Summand ändert sich für mittlere ξ wenig. Daher wird in diesem Gebiete das Wachstum von η wesentlich durch den Faktor der log-Funktion bestimmt. Die Kurve steigt mit wachsendem ξ-Werte exponential an. Es ist jetzt $\frac{d\eta}{d\xi}$ also positiv. Die Scheitelkurve überschreitet daher ein Maximum, dessen Abszisse x_2 sehr nahe kommt. Für $\lim \xi = -\infty$ konvergiert der erste Summand von (12) gegen ungefähr Null, der zweite gegen ∞. Der bisher wenig veränderliche zweite Summand fängt mit abnehmendem ξ in dem Wertbereich $\xi \leqq a$ stark an zu wachsen. Somit hat die Funktion in dieser Gegend der ξ-Werte ein Minimum. Zwischen beiden Extremwerten liegt danach auch ein Wendepunkt.

Der Verlauf der Funktion bei gegen x_2 kleinem a ist also folgender: Vom Auge an steigt mit abnehmendem ξ die Kurve steil in die Höhe, erreicht in großer Nähe von $\xi = x_2$ ein fern liegendes Maximum und sinkt langsamer wieder ab bis zu einem Minimum in der Gegend $\xi = a$. Sie erhebt sich zum zweiten Male und wächst langsam mit negativ unendlich abnehmendem ξ in die Unendlichkeit. Die Kurve ist symmetrisch zur X-Achse.

Nach Tait[1]) kann man die Anzahl der möglichen Abbildungen eines Objektpunkts (x_1, y_1) durch folgende Betrachtungen gewinnen. Konstruiert man die Scheitelpunktkurve aller Strahlenkurven durch das Auge $(x_2, 0)$ der Gleichung

$$f(\eta, \xi, x_2) = 0$$

und ebenso die der Schar durch den Objektpunkt (x_1, y_1) der Gleichung

$$f(\eta + y_1, \xi, x_1) = 0,$$

so gibt die Anzahl der Schnittpunkte beider Kurven miteinander die Anzahl der beiden Scharen gemeinsamen Strahlen und damit die Anzahl der möglichen Abbildungen. Da nun unsere Funktionen nur je ein Maximum und ein Minimum und einen Wendepunkt haben, wobei übrigens bei gewissen Parameterwerten x_1 und x_2 die beiden ersten Punkte komplex werden können, während der Wendepunkt reell bleibt[1]), so sind in der gegebenen Lage der beiden Kurven zueinander zwischen der X-Achse und der Geraden $y = y_1$ allgemein nur drei Schnittpunkte möglich. Die Lage wird in bezug auf eine gewisse Parallele zur X-Achse für beide Kurven voll symmetrisch, wenn man $x_1 = x_2$ nimmt.

Daher liegt also stets bei einem Temperaturgesetz der Form von Gleichung (8) die Möglichkeit einer Vinceschen Luftspiegelung vor. Eine genauere Durchrechnung der Bedingung aber, bei welchen gegebenen Konstantenwerten diese nun auch wirklich eintreten muß, erfordert langwierige Rechnungen. Für einen besonderen Fall kann man darüber aber eine Vorstellung gewinnen. Liegt das Auge und ein Objektpunkt im selben Temperaturniveau, ist also $x_1 = x_2$, und setzt man y_1 für alle Punkte des

1) Siehe Handb. d. Phys., a. a. O. Das in vorliegender Darstellung verwandte Kriterium findet sich aber auch schon fünf Jahre vor der Arbeit von Tait bei A. Schmidt: Programm des Königl. Realg. Stuttgart 1878, S. 24.

1) Da nämlich an den Grenzen des Realitätsbereichs von η, $(-\infty \leqq \xi \leqq x_2)$, $\lim \frac{d\eta}{d\xi} = \infty$ unabhängig von a und x_2 ist.

Objekts gleich der doppelten Ordinate des Minimums, so berühren sich die Scheitelpunktkurven des Punkts (x_2, y_1) und des Auges gerade im Minimum. Zwei Schnittpunkte der Kurven fallen zusammen. Daher ist die Strahlenkurve durch dieses Minimum diejenige, die gerade das zweite und dritte Bild der Umgebung des durch sie bestimmten Objektpunkts voneinander trennt. Nimmt man $e^{a(x_2-a)}$ in diesem Wertbereiche sehr groß gegen $e^{a(\xi-a)}$ an, was gilt, wenn das Auge sich weit außerhalb des stark veränderlichen Temperaturgebiets befindet, so gewinnt man für die Abszisse ihres Scheitels aus (12) angenähert die Bedingung

$$\xi = a - \frac{2}{3a}\log\frac{2a(x_2-a)}{\pi}.$$

Wird die rechte Seite Null oder kleiner als Null, so wird jedenfalls ein Objekt in dieser hier betrachteten Entfernung nicht mehr dreimal abgebildet. Die Temperaturschichten, die in diesem Sonderfalle das dritte Bild liefern, liegen also bemerkenswerterweise zwischen dem Wendepunkte der Temperaturfunktion und der Grenze des optischen Mittels.

Wenn man in der Temperaturgleichung (8) $\lim a = -\infty$ nimmt, so erhält man statt dessen

$$t = t_0 \cdot e^{-ax}. \qquad (13)$$

Die Scheitelpunktkurve, die diesem Gesetze entspricht, kann man entweder durch Integration nach (7) oder durch entsprechenden Grenzübergang von (11) finden. Es folgt

$$a\varphi_0\eta = \pm e^{\frac{a\xi}{2}}\log\frac{1+\sqrt{1-e^{-a(x_2-\xi)}}}{1-\sqrt{1-e^{-a(x_2-\xi)}}}. \qquad (14)$$

Die arctg-Funktion, deren Faktor für kleine ξ das Minimum und den Wendepunkt der Scheitelpunktkurve veranlaßte, ist mit dem Wendepunkt der Temperaturfunktion verschwunden. Daher liefert jede Temperaturfunktion von der Form (13) nur Monges Luftspiegelung.

In der vorhergehenden Mitteilung ließ sich die Temperaturfunktion, so weit sie gemessen werden konnte, einigermaßen durch (13) darstellen. Danach rechtfertigt der gewonnene Temperaturgang die Bilder nach der Vinceschen Formart nicht. Die Interpolationsgleichung (1) dort führt mit (6) auf Hyperbeln als Lichtbahnkurven. Diese Abbildung ist besonders leicht zu behandeln und in ihren Einzelheiten genau zu untersuchen. Es folgt ebenfalls Abbildung durch Monges Luftspiegelung, die der zuletzt behandelten sehr ähnlich ist. Die Interpolationsgleichung (3) schließlich der vorangehenden Mitteilung führt mit (6) auf elliptische Integrale. Diese kann man vermeiden, wenn man die Gleichung durch eine andere ersetzt mit wesentlich denselben Funktionaleigenschaften. Wählt man

$$t = \frac{4t_0}{(e^{ax}+e^{-ax})^2}, \qquad (15)$$

so geht für große x (15) in die Form von (13) über. Somit wird für kleine φ_1, wobei nur relativ große x in Frage kommen, die Abbildung von der durch Hyperbeln kaum verschieden sein. Die Scheitelpunktkurve schmiegt sich aber für $\xi = 0$ asymptotisch der Y-Achse an. Daher liegt vorher ein Minimum. Somit ist eine Abbildung von Vinces Formart möglich. Das dritte Bild ist aber äußerst schmal und muß das Objekt bis fast an die Temperaturgrenze hin, und zwar mit gegen die Bildgrenze nach Null strebender Vergrößerung, abbilden.

Die gemessene mittlere „normale" Temperaturfunktion der vorangehenden Mitteilung genügt also auf keinen Fall, die Bilder nach Vinces Formart zu „erklären". Wir müssen somit schließen, daß die Bilder in Augenblicken beträchtlicher Abweichung von dem gemessenen Temperaturgange, und zwar im Sinne der Gleichung (8), entstanden sind. Es genügt dazu, daß sich die merklich warme Schicht um weniges, 1—2 cm, weiter erstreckt. Das aber liegt bei der steten Bewegung der Luft, z. B. bei kleinen Stauungen im aufsteigenden Luftstrome, ganz im Bereich der Möglichkeit.

(Eingegangen 23. Mai 1913.)

Bemerkungen zu der Arbeit des Herrn Gotthelf Leimbach: Die Energieaufnahme elektrischer Sender von kleiner Wellenlänge [1]).

Von Gustav Mie.

Herr Gotthelf Leimbach beschreibt in seiner Arbeit über elektrische Sender von kleiner Wellenlänge unter anderen auch eine Anordnung, die mit der von Herrn K. Settnik [2]) im Greifswalder Institut untersuchten Anordnung, wie er meint, einige Ähnlichkeit hat. Da Herr Leimbach über einige Punkte der Settnikschen Arbeit und einer späteren Publikation [3]) von mir irrige Ansichten äußert, möchte ich hier kurz auf den Gegenstand eingehen.

Sowohl Herr Leimbach wie Herr Settnik haben mit einer Anordnung gearbeitet, in welcher zwei verschiedene Kapazitäten, nämlich

1) G. Leimbach, diese Zeitschr. **14**, 473, 1913.
2) K. Settnik, Greifswalder Dissertation 1910; Ann. d. Phys. (4) **34**, 565, 1911.
3) G. Mie, Vortrag auf der Königsberger Naturforscherversammlung 1910; diese Zeitschr. **11**, 1035, 1910.

ein Plattenkondensator und ein System von zwei „Antennen", durch eine gemeinsame Funkenstrecke entladen werden. Die Anordnung besteht also ohne Zweifel aus zwei verschiedenen elektrischen Oszillatoren, die ein kleines Stück ihrer Leitungsbahn, nämlich die Funkenstrecke, gemeinsam haben. Haben diese beiden Oszillatoren ganz verschiedene Schwingungsdauern, so finden beide Herren übereinstimmend, daß keine gegenseitige Beeinflussung zu beobachten ist, jeder der beiden Schwingungskreise funktioniert gerade so, als ob der andere gar nicht vorhanden wäre. Wenn aber die Perioden der beiden Oszillatoren einander nahe kommen, so geben die beiden Beobachter ganz verschiedene Resultate an.

Herr Settnik bekommt deutlich die allgemein bekannten Koppelungserscheinungen, statt einer Schwingung in jedem Oszillator zwei, die beide von den Eigenperioden der beiden Oszillatoren abweichen und die jedenfalls zusammen Schwebungen ergeben, außerdem die dritte, zuerst von Max Wien beschriebene, äußerst wenig gedämpfte Schwingung, die sicher eine rein metallische Leitungsbahn hat. Herr Settnik hat ausführlich nachgewiesen, daß in seiner Anordnung diese rein metallische Leitungsbahn aus dem System Antennen-Kondensator besteht. Man konnte das Auftreten der Koppelungsvorgänge in der Nähe der Resonanz bei Benutzung von Knallfunken schon an den Funken selber wahrnehmen, die sich dabei sehr stark veränderten, viel glänzender und lauter wurden. Die wenig gedämpfte Schwingung zeigt sich auch dann noch, wenn die Schwingungszahlen der beiden Oszillatoren ziemlich weit auseinander rücken, sie wird aber schließlich sehr schwach, wenn man zu weit von der Resonanz weggeht. Es ist das auch bei Benutzung von Löschfunken der Fall, obwohl hier das Intervall, in dem die wenig gedämpfte Schwingung auftritt, ziemlich breit wird, nämlich im ganzen etwa eine Oktave, also beiderseits von der Resonanzstelle ungefähr $^1/_2$ Oktave. Ich hebe das besonders hervor, weil mir aus Bemerkungen des Herrn Leimbach auf S. 478 hervorzugehen scheint, daß er die Angaben von Herrn K. Settnik und mir mißverstanden hat, obwohl in der Settnikschen Arbeit diese Dinge ziemlich genau auseinandergesetzt sind (vgl. Fig. 14 bei Settnik).

Im Gegensatz zu Herrn Settnik findet Herr Leimbach gar nichts von den typischen Koppelungserscheinungen, wenigstens berichtet er nichts darüber und sagt nur (S. 475), daß „auch im Falle der Resonanz der beiden Systeme die Wirkung nicht wesentlich stieg." Auch eine Veränderung der Schwingungszahl scheint er nicht bemerkt zu haben. Wahrscheinlich würde man bei einer eingehenden Untersuchung der Leimbachschen Anordnung dieses negative Resultat, das die vorläufige Prüfung ergeben hat, vollkommen bestätigt finden. Es besteht nämlich zwischen der Settnikschen Anordnung und dem durch Fig. 1 auf S. 474 der Arbeit des Herrn Leimbach dargestellten Oszillator ein ganz wesentlicher Unterschied, der von Herrn Leimbach nicht bemerkt worden zu sein scheint.

In der Settnikschen Anordnung ist der durch den Funken geschlossene Kondensatorkreis (der Stoßkreis für die wenig gedämpfte Schwingung) mit dem rein metallischen Oszillator (Antennen-Kondensator) fest gekoppelt. Beide Kreise haben das ganze magnetische Feld des Kondensator-Schließungskreises gemein, und die Selbstinduktion des nicht gemeinsamen Teils, nämlich der dicht nebeneinander geführten beiden „Antennen", ist verhältnismäßig klein. Dagegen ist die Koppelung in der Leimbachschen Anordnung, die Fig. 1 auf S. 474 darstellt, extrem lose. Der metallische Schwingungskreis und der durch den Funken geschlossene Kondensator haben so gut wie gar kein gemeinsames magnetisches Feld. Ich habe mit derartigen Anordnungen nie gearbeitet, aber ich denke, daß sich in ihnen die Schwingungen der beiden Kreise überhaupt nicht beeinflussen werden. Jedenfalls darf man nicht, wie es Herr Leimbach auf S. 478 tut, ohne weiteres schließen, daß man in seiner Anordnung ebensogut Stoßerregung bekommen könne, wie in der Settnikschen. In den kleinen Oszillatoren, mit denen im Greifswalder Institut gearbeitet worden ist, erfolgt die Stoßerregung nach ganz demselben Prinzip, wie in den großen Apparaten, die für die Wellen der drahtlosen Telegraphie gebraucht werden[1]), und das Auftreten der Stoßwirkung hängt ganz wesentlich von der elektromagnetischen Koppelung zwischen Stoßkreis und Schwingungskreis ab. Bei der losen Koppelung in dem Leimbachschen Oszillator ist das, was man gewöhnlich Stoßwirkung nennt, unmöglich. Wenn also Herr Leimbach wirklich, wie er glaubt, eine Löschfunkenwirkung und Schwingungen an rein metallischer Bahn gehabt hätte, so hätte er eine ganz neue Erscheinung gefunden, die nach unsern bisherigen Erfahrungen auf diesem Gebiet schwer zu verstehen wäre und deren Erklärung noch viel Arbeit nötig machen würde. Ich muß gestehen, daß ich mich nicht entschließen könnte, eine solche neue, kaum verständliche Wirkungsweise

1) Vgl. G. Mie, Ann. d. Phys. **36**, 207, 1911.

für seine Oszillatoren anzunehmen, außer wenn sie wirklich nachgewiesen würde.

Sehr wichtig wäre für einen solchen Nachweis die Kenntnis des Dämpfungsdekrements. Aber nicht einmal hierüber hat Herr Leimbach Untersuchungen angestellt. Er sagt zwar auf S. 477, es seien ihm an seinen Schwingungen die kleinen Dämpfungen aufgefallen. Dabei rechnet er aber am Schluß seiner Arbeit in einem Beispiel mit dem enorm großen Dekrement 0,5, das er also doch wohl bei seinen Schwingungen für möglich hält, und an einer anderen Stelle (S. 476) spricht er davon, daß die starke Ausstrahlung seiner Oszillatoren ein großes Dekrement bewirkt habe. Danach kann er denn also doch wohl keine Dekremente von der Kleinheit beobachtet haben, wie sie für die Schwingungen an rein metallischer Bahn charakteristisch sind. Herr Settnik hat bei seinen Wellen von rund 6 m Länge Dekremente von wenigen Hundertsteln gefunden. Daß ich selber an einem Oszillator von 14 cm Wellenlänge das merkwürdig hohe Dekrement von 0,26 beobachtet habe, hat, wie ich nebenbei bemerken möchte, inzwischen seine Erklärung gefunden. In einer demnächst erscheinenden Arbeit zeigt Hans Rukop, daß man an Wellen unter 40 cm Wellenlänge mit rein metallischer Schwingungsbahn nur unter Beachtung ganz besonderer Vorsichtsmaßregeln die kleinen Werte, die das Dämpfungsdekrement in Übereinstimmung mit der Theorie hat, auch wirklich beobachten kann. Bei den 2 m langen Wellen, die Herr Leimbach benutzt hat, hätte der Nachweis des kleinen Dekrements keinerlei Schwierigkeiten machen können, die Ausstrahlung hätte man ja leicht herabsetzen können.

Herr Leimbach geht so weit, daß er ganz gewöhnlichen Hertzschen Staboszillatoren, die nur durch eine breite Funkenfläche ausgezeichnet sind, Schwingungen zuschreibt, die durch Löschfunkenwirkung entstanden sein sollen. Wenn das richtig wäre, so müßte zweifellos für alle Staboszillatoren die Theorie des oszillatorischen Funkens, die durch unzählige Beobachtungen gestützt ist, hinfällig werden, und man hätte dafür eine noch recht vage Löschfunkentheorie anzunehmen, für die bisher kein einziger experimenteller Befund spricht. Es liegen aber sogar schon Resultate von Versuchen mit Staboszillatoren vor, bei denen man es sicher mit Löschfunken zu tun hat, nämlich die Versuche von N. Stschodro[1]). Die Interferenzversuche mit Boltzmannschen Spiegeln ergeben hier nur zwei Maxima, nämlich beim Gangunterschied 0 und λ, bei größeren Gangunterschieden hören die Interferenzen auf. Man sieht das übrigens besonders deutlich, wenn man sehr kleine Funken in Leuchtgas benutzt. Danach bekommt man also in Staboszillatoren mit Löschfunken offenbar nur eine „Stoßschwingung", und diese regt keine wenig gedämpften Schwingungen von bemerkbarer Intensität in den Metallstäben an. Ich glaube, daß damit die Frage nach Löschfunkenwirkungen in Staboszillatoren ziemlich erledigt ist, und daß man wohl, ohne zu kühn zu sein, behaupten darf, daß Herr Leimbach da, wo er gute Resonanz in seinem Detektor beobachtet hat, einfach die seit Hertz genügend bekannten oszillatorischen Funken gehabt hat.

Dafür, daß Herr Leimbach keine Löschfunken gehabt hat, sprechen auch die von ihm angegebenen Funkenlängen. Ich glaube wenigstens, daß Funken von 1 mm Länge in Luft zwischen ungekühlten Elektroden oszillatorische Funken sein müssen. Wenn Herr Leimbach kontinuierlich von 1 mm Funkenlänge bis 0,1 mm und bis 0,02 mm heruntergehen konnte, ohne in der ausgestrahlten Wirkung irgendeine Diskontinuität zu beobachten, so scheint mir das nur zu beweisen, daß selbst bei 0,02 mm die Funken noch oszillatorisch gewesen sind. So würden denn die Leimbachschen Beobachtungen auch mit dem in meinem Institut gefundenen Resultat zusammenstimmen, daß man bei sehr kurzen Wellen in Luft keine brauchbaren Löschfunken bekommen kann. Bei den sehr schnellen Schwingungen muß eben die Löschwirkung besonders schnell eintreten, und der Funke in Luft scheint zu lange leitend zu bleiben. Man braucht den Funken aber nicht in Petroleum zu betten, was ich nach Herrn Leimbach (l. c. S. 481) behauptet haben soll. In meinem auch von Herrn Leimbach zitierten Vortrag habe ich schon darauf hingewiesen, daß man ganz vorzügliche Löschfunken in Leuchtgas bekommt. Luft, Wasserstoff und überhaupt alle Gase, in denen der Funke keinen Ruß abscheiden kann, sind allerdings nicht zu gebrauchen.

Greifswald, Physikal. Institut, 9. Juni 1913.

(Eingegangen 11. Juni 1913.)

1) N. Stschodro, Ann. d. Phys. **27**, 225, 1908.

Zu der Bemerkung von Herrn J. Stark[1]) zu unserer Mitteilung über Dämpfe mit Bandenabsorption.

Von F. Burger und J. Koenigsberger.

Wir haben in unserer Mitteilung nicht eine Kritik der Ansichten von J. Stark beabsichtigt,

1) J. Stark, diese Zeitschr. **14**, 454, 1913.

sondern eine Fortentwicklung derselben auf Grund unserer Versuche vornehmen wollen.

Zu 1. Wir haben den von J. Stark als möglich erachteten Fall, daß das Valenzelektron sich nur partiell von der Bindungsstelle abtrennt und gleich darauf wieder anlagert, ohne daß Ionisation stattfindet, als wahrscheinliche Folgerung aus unseren Versuchen angegeben (S. 1198, 1. Spalte, unten, 2. Spalte oben). Hierin stimmen wir also überein.

Zu 2. Das Fehlen des Zeemaneffekts haben wir nur als Schwierigkeit für die Erklärung der Bandenspektra durch schwingende Elektronen bezeichnet. Neuere Versuche über den Zeemaneffekt sind von G. Ribaud[1]) auf indirekte Weise nach der Methode von Righi im Bandenspektrum des Broms ausgeführt worden. Die hierbei beobachtete Aufhellung beruht, wie Herr Ribaud zeigt, auf dem Vorhandensein der Drehung der Polarisationsebene; er möchte sie aber nicht auf die Wirkung des Zeemaneffekts zurückführen[2]). Man könnte jedoch auch die Versuche nach der Theorie von W. Voigt und den Beobachtungen von F. Paschen und E. Back indirekt mit dem Zeemaneffekt in Zusammenhang bringen. Daher scheint auch uns die Ansicht von J. Stark durchaus möglich, daß die Bandenspektra Elektronen als Träger haben; nur ist das nicht leicht nachzuweisen.

Zu 3. Fast immer ist in der Nähe von Absorptionsbandenspektra[3]) ein Gebiet selektiver kontinuierlicher Absorption vorhanden, das sich durch quantitative Messungen feststellen läßt. Es müßte also nachgewiesen werden, ob in dem Gebiet, wo Ionisierung durch ultraviolettes Licht beobachtet wurde, nur das Bandenspektrum vorhanden ist.

Zu 4. Diese Bemerkung deckt sich zum Teil mit 1 und ist schon oben besprochen. Joddampf zeigt im sichtbaren Gebiet nach den Versuchen von R. W. Wood Fluoreszenz, und zwar in langwelligen Banden.

---

1) G. Ribaud, C. R. **155**, 900, 1912.

2) Wenn man die Drehung der Polarisationsebene im Magnetfeld nicht einer Wirkung des Zeemaneffekts zuschreibt, so muß man sie wohl durch eine Orientierung der Moleküle im Magnetfeld in der Weise, wie sie A. Cotton zur Erklärung der elektrischen und magnetischen Doppelbrechung annimmt, bewirkt denken.

3) Was man eigentlich unter Absorptionsbandenspektra versteht, ist allerdings noch nicht ganz klargestellt. Der Begriff Bandenspektra wird von verschiedenen Autoren in etwas verschiedener Weise angewandt. Wir haben uns folgende Einteilung der Absorptionsspektra provisorisch zurechtgelegt. 1. Anschließend an die Definition von H. Kayser bezeichnen wir als Bandenspektrum ein solches, bei dem bei geringer Dispersion breite Banden nach größeren oder kleineren Wellenlängen hin auslaufen; für sie gelten angenähert die Gesetze von Deslandres. Bei starker Dispersion lösen sich die Banden in scharfe Linien auf. Deren Breite ist kleiner als 0,1 Å. und nach Versuchen von K. Vogt in weiten Grenzen unabhängig von Druck und Temperatur (z. B. Brom, Stickstoffdioxyd). Bei diesen Substanzen liegt nach kürzeren Wellenlängen gerade da, wo das Bandenspektrum aufhört, vielfach das Maximum des Gebiets kontinuierlicher selektiver Absorption, die gleichzeitig vorhanden ist. 2. Selektive kontinuierliche Absorption. Diese ist mit der Dispersion in der bekannten Weise verknüpft. Beispiele dafür sind, was die Absorption im Ultraviolett und Ultrarot anlangt, die meisten Körper, im sichtbaren Gebiet die Farbstoffe. Diese Absorption wird, wie die Berechnung zeigt, durch ein oder mehrere schwingende Elektronen pro Moleküle verursacht und besitzt eine innermolekulare, von der Temperatur mit $\sqrt{T}$, aber nicht von der Dichte abhängige Dämpfung. 3. Streifenabsorption (Kaliumpermanganat, Didymverbindungen). Sie wird bewirkt durch Elektronen, von denen auf viele Moleküle nur ein schwingungsfähiges kommt. Die Dämpfung ist innermolekular und etwa $\sqrt{T}$ proportional. 4. Linienabsorption in Serienspektren. Die Linien folgen den bekannten Gesetzen der Serienspektra von Balmer, Kayser und Runge, Rydberg, Ritz, und werden, wie der Zeemaneffekt zeigt, von schwingenden Elektronen hervorgerufen. Die Dämpfung nimmt mit der Dichte des Dampfes zu und ist wohl im wesentlichen außermolekulare Stoßdämpfung. 5. Ein neuer Typus, der zwischen Banden- und Serienspektra steht, ist von K. Vogt und dem einen von uns im Tetrazindampf, der uns von Herrn Th. Curtius in Heidelberg, dem Entdecker der Substanz, gütigst überlassen wurde, gefunden worden.

(Eingegangen 16. Juni 1913.)

BESPRECHUNGEN.

P. Drude, Précis d'optique. Refondu et completé par M. Boll. Préface de P. Langevin. Tome II: Optique électromagnétique. — Optique énergétique. gr. 8. 362 S. m. 64 Figuren. Paris, Librairie Gauthier-Villars. 1912. Fr. 12.—

In der französischen Ausgabe sind gegenüber der deutschen (diese Zeitschr. **14**, 502, 1913) an vielen Stellen Umstellungen einzelner Paragraphen und eine andere Gruppierung vorgenommen. So wird z. B. die Maxwellsche Theorie ausführlicher als in der deutschen Ausgabe dargestellt und die Hilfssätze der Thermodynamik sind als einleitendes Kapitel zusammengefaßt dem letzten Teil (Strahlung) vorangestellt.

Neu aufgenommen sind am Schluß zwei Paragraphen über die Untersuchungen von Lenard und Saemland. Ferner werden in einem neuen Abschnitt die Anschauungen Langevins — leider nur referierend, ohne analytische Entwicklungen — über die elektrische und magnetische Doppelbrechung dargelegt. Dagegen ist die Darstellung der magnetooptischen Erscheinungen auf Grund der Hypothese der „Molekularströme" wohl mit Recht fortgelassen. Försterling.

E. Cohn, Physikalisches über Raum und Zeit. Nach einem im naturwissenschaftlich-medizinischen Verein zu Straßburg am 11. II. 1910 gehaltenen Vortrag. 8. 24 S. m. 9 Fig. Leipzig, B. G. Teubner. 1911. M. —.60.

Eine gemeinverständliche Darlegung der raumzeitlichen Seite der Relativitätstheorie von Einstein. Der Autor bedient sich zur Veranschaulichung eines sehr instruktiven kinematischen Modelles.

P. Ehrenfest.

K. Sumpf und W. Bahrdt, Leitfaden der Physik für die Oberstufe der Realgymnasien u. Oberrealschulen, sowie für die Realgymnasial- u. Oberrealschulkurse der Studienanstalten. gr. 8. VIII u. 427 S. mit 497 Abbildungen u. 1 Tafel. Hildesheim, August Lax. 1911. M. 4.80

Das Buch ist eine Umarbeitung der bekannten Sumpfschen Lehrbücher; zahlreich sind die Ergänzungen und Änderungen, die im einzelnen im Vorwort aufgeführt sind. Zweierlei scheint mir zur Charakteristik des Buches wesentlich: zunächst ist an vielen Stellen Differential- und Integralrechnung verwandt, in der Annahme, daß wohl an den meisten Realanstalten Infinitesimalrechnung getrieben wird; dann sind zahlreiche Schülerübungen, die das Experiment des Lehrers ersetzen sollen, in den Lehrgang eingefügt. Eine große Anzahl derselben ist mit selbst anzufertigenden oder billig käuflichen Apparaten auszuführen, so daß auch Anstalten mit wenig Mitteln die für das hier nur mögliche Arbeiten „in gleicher Front" nötigen Apparate beschaffen können. Bei einer neuen Auflage ersetzt man vielleicht einige Figuren durch bessere, z. B. Fig. 193 durch eine richtig gezeichnete, ebenso Fig. 206 (Zahnräder so, daß Steuerwelle halbe Umdrehungsgeschwindigkeit der Triebwelle hat usw.). Wünschenswert wäre Genaueres über den Widerstand des Mittels wegen seiner Bedeutung für die Aviatik. Auch scheint es mir ratsam, noch mehr graphische Darstellung besonders in der Wärmetheorie (Zustandsdiagramme usw.) zu verwenden. Im großen und ganzen ist die Bearbeitung aber gut gelungen, so daß ein außerordentlich empfehlenswertes Buch entstanden ist.

Charlottenburg. Fr. A. Willers.

J. Kleiber und M. Schinnerl, Physik und Chemie für höhere Mädchenschulen. Ausgabe A für die allgem. Abteilung. gr. 8. VI u. 154 u. 72 S. mit 251 u. 51 Fig. München, R. Oldenbourg. 1911. M. 2.60.

Entsprechend der Forderung der bayrischen Lehrpläne von April 1911 sucht das Buch, das für die bayrischen höheren Mädchenschulen geschrieben ist, an einfache, von allen Schülerinnen auszuführende Experimente anzuknüpfen. Die Vorteile der Kleiberschen Lehrbücher: Klarheit der Darstellung und Übersichtlichkeit infolge Hervorhebung der wichtigsten Stellen durch den Druck, finden sich auch hier. Einige Reproduktionen, wie die eines alten Stiches, der die Vorführung der Magdeburger Halbkugeln auf dem Reichstage zu Regensburg zeigt, oder die eines Gemäldes, das darstellt, wie Gallilei die Schwingungen des Kronleuchters im Dom zu Pisa beobachtet usw., suchen das Interesse der Mädchen an der Physik in besonderem Maße zu erregen. Es scheint mir das besonders für Mädchenschulen ein sehr geeignetes Mittel zur Belebung des Unterrichtes zu sein, und es wäre zu überlegen, ob man in der Richtung nicht noch weiter gehen könnte. — Vielleicht fügen die Verfasser in der nächsten Auflage einen kurzen Abschnitt über strömende Gase und Flüssigkeiten ein, der etwas über Zerstäuber, Wasserstrahlluftpumpe (die an anderer Stelle des Buches besprochen wird), Flugmaschinen usw. enthielte; so könnte man auch den wohl nicht ganz einwandfreien Satz: „Boden- und Seitendruck des Wassers findet Anwendung bei den Mühlrädern" vermeiden.

Charlottenburg. Fr. A. Willers.

J. Kleiber und M. Schinnerl, Physik für höhere Mädchenschulen. Ausgabe B für Realschulen, Gymnasien und Realgymnasien. Unter besonderer Berücksichtigung der Kgl. Bayer. Lehrpläne vom 8. April 1911 bearbeitet. gr. 8. IX u. 274 S. mit 403 Figuren und vielen Wiederholungsfragen. München, R. Oldenbourg. 1912. Gebunden M. 3.—

J. Kleiber und M. Schinnerl, Physik für höhere Mädchenschulen. Ergänzungsbändchen zur Ausgabe B für die Oberklasse der Realgymnasien. gr. 8. VII u. 103 S. mit 130 Figuren und vielen Wiederholungsfragen. München, R. Oldenbourg. 1912. Gebunden M. 1.20

Die für Mädchen-Realschulen, -Gymnasien und -Realgymnasien bestimmte Ausgabe B des Buches von Kleiber-Schinnerl ist nach denselben Grundsätzen bearbeitet wie die oben besprochene Ausgabe A. Beide Ausgaben können, da sie bis S. 71 übereinstimmen, im ersten Jahre nebeneinander gebraucht werden. Die Bearbeitung schließt sich eng an die bayrischen Lehrpläne vom April 1911 an; doch sind zur Abrundung einige Absätze eingeschoben, die neuere Fragen von allgemeinerem Interesse behandeln. Das Ergänzungsbändchen enthält den Stoff, der über das Pensum des Gymnasiums hinaus in der Oberklasse des Realgymnasiums zu behandeln ist. Von Ausgabe B gilt das von Ausgabe A Gesagte. Beim Durchsehen ist mir folgendes aufgefallen: Einige Figuren, wie 41 und 271, die schematische und bildliche Darstellung verquicken, sollte man durch andere ersetzen, ebenso Fig. 121 nebst Erklärung; denn derartige Schiffsschrauben dürften kaum gebräuchlich sein. Der Satz (Ergänzungsheft S. 9) über das Zeppelinsche Luftschift ist zum mindesten sehr unklar. Ein Vorzug dieser Ausgabe vor der Ausgabe A ist der, daß in einem Anhange kurze Biographien einiger Physiker gegeben sind, die man allerdings noch ergänzen könnte (Fraunhofer, Helmholtz, Werner v. Siemens, um nur einige deutsche Namen zu nennen, fehlen).

Das Buch, das nur empfohlen werden kann, wird sicherlich eine ebenso freundliche Aufnahme finden wie Ausgabe A, deren erste Auflage bereits nach einem Jahre vergriffen ist.

Fr. A. Willers.

Th. Link, Das deutsche Museum im Dienste des physikalischen Unterrichts. gr. 8. 44 S. München, Max Kellerers Verlagsbuchhandlung. 1911. M. —.80.

Verfasser teilt mit, in welcher Weise er die Sammlung der im Deutschen Museum aufgestellten physikalischen Apparate usw. seinem Unterricht nutzbar macht und gibt ein Verzeichnis der Apparate, Modelle, Tafeln usw., die für den Physikunterricht an humanistischen Gymnasien in Betracht kommen.

Charlottenburg. Fr. A. Willers.

Berichtigungen.

Auf S. 556, Spalte 1, Zeile 12, 1913 dieser Zeitschrift muß es in dem Aufsatz C. Mainka, „Über mikroseismische Bodenunruhe und Oberflächenwellen" heißen: „Energiewerten als Abszissen und Seegang als Ordinate" statt „Beschleunigungen".

In der Mitteilung „Über die α-Strahlung dicker Schichten" von E. v. Schweidler (Nr. 12 dieses Jahrgangs) soll auf S. 507 das letzte Glied der Formel (3a) lauten

statt: $\frac{10}{3}\sqrt{3}\,\delta^2\left[\operatorname{arctg}\frac{2(1-\delta)^{1/3}-1}{\sqrt{3}}-\operatorname{arctg}\frac{1}{\sqrt{3}}\right]$

richtig: $\frac{10}{9}\sqrt{3}\,\delta^2\left[\operatorname{arctg}\frac{2(1-\delta)^{1/3}+1}{\sqrt{3}}-\operatorname{arctg}\frac{1}{\sqrt{3}}\right]$.

Tagesereignisse.

52. Versammlung Deutscher Philologen und Schulmänner vom 30. September bis 3. Oktober in Marburg a. d. Lahn.

In der mathematisch-physikalischen Sektion sind an Vorträgen angemeldet: Prof. Engel (Gießen): Über die Entwicklung von Zahlen nach Stammbrüchen. Prof. Schlesinger (Gießen): Über das arithmetrisch-geometrische Mittel bei Gauß. Geh. Schulrat Münch (Darmstadt): Die Verwendung des Kinematogramms im mathematischen Unterricht (mit Vorführungen). Prof. Grimsehl (Hamburg): Demonstrationen. Thema vorbehalten. Prof. Schönflies (Frankfurt a. M.): Die neuere Entwicklung des geometrischen Kurvenbegriffs.

Die Deutsche Bunsen-Gesellschaft für angewandte physikalische Chemie wird ihre diesjährige Hauptversammlung vom 3. bis 6. August in Breslau abhalten. Über das Thema „Arbeitsleistung der Verbrennungsvorgänge" werden die folgenden 4 zusammenfassenden Vorträge gehalten: Nernst (Berlin): Über den maximalen Nutzeffekt der Verbrennungsmotoren, Neumann (Dresden): Die Arbeit der Gasmotoren, Cranz (Charlottenburg): Die Arbeitsleistung der Sprengstoffe und Geschoßtreibmittel, Höber (Kiel): Die Arbeitsleistung der Verbrennungsvorgänge in den Organismen (Physiologie der Muskelwirkung). Von den angemeldeten Einzelvorträgen seien erwähnt: Bodenstein (Hannover): Photochemische Kinetik des Chlorknallgases, Drucker (Leipzig): Das Dissoziationsschema ternärer Elektrolyte, Fichter (Basel): Die elektrolytische Oxydation des Toluols, v. Kowalski (Freiburg): Die Funkenentladung als Quelle des ultravioletten Lichts für photochemische Zwecke, Skrabal (Wien): Über Beziehungen zwischen den Temperaturkoeffizienten und den Wärmetönungen chemischer Reaktionen, Trautz (Heidelberg): Wärmeinhalt und Reaktionsgeschwindigkeit, Wilke (Heidelberg): Über eine neue Wasserstoffelektrode und ihre Verwendbarkeit.

Gelegentlich der Weltausstellung in Gent 1913 werden dortselbst **4 Vorträge mit Demonstrationen über die medizinische Anwendung der radioaktiven Substanzen** (veranstaltet von Prof. de Nobele-Gent und Dir. Danne-Gif) gehalten: 13. Juli: Danne, L'émanation du Radium; 26. Juli: Giraud, État actuel des Applications Médicales du rayonnement du Radium; 16. August: Danne, L'instrumentation en Radiumthérapie; 6. September: Coutard, État actuel des Applications Médicales de l'Émanation du Radium et des Substances Radioactives autres que le Radium.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Zürich Dr. Ratnowsky für Physik.

Berufen: Der ord. Professor an der Technischen Hochschule zu Danzig Dr. Jonathan Zenneck in gleicher Eigenschaft an die Technische Hochschule München.

Ernannt: Der ord. Professor der Mathematik an der Universität Königsberg Dr. Georg Faber in gleicher Eigenschaft an der Universität Straßburg, der Professor der Chemie an der Johns Hopkins University Ira Remsen zum President emeritus derselben, der Privatdozent an der Universität München Dr. Friedrich Hartogs zum etatmäßigen a. o. Professor für darstellende Geometrie an derselben Hochschule, der Direktor des Kaiser-Wilhelm-Instituts für Kohlenforschung in Mülheim a. Rh. Professor Dr. Franz Fischer zum Honorarprofessor in der Abteilung für Chemie und Hüttenkunde der Technischen Hochschule zu Berlin, der Privatdozent der Mathematik an der Universität Göttingen Dr. Hermann Weyl zum ord. Professor an der Technischen Hochschule Zürich.

Gesuche.

Promovierter Physiker,

gewissenhaft, gut empfohlen, gewandter Zeichner, **sucht Stellung als Assistent.** Gef. Angebote erbeten unter **S. H. 401** an den Verlag dieser Zeitschrift.

Physiker

mit abgeschlossener Hochschulbildung und längerer Assistententätigkeit **sucht** dauernde Stellung. Angebote erbeten unter **S. H. 402** an die Expedition dieser Zeitschrift.

Für die Redaktion verantwortlich Dr. Hans Busch in Göttingen. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

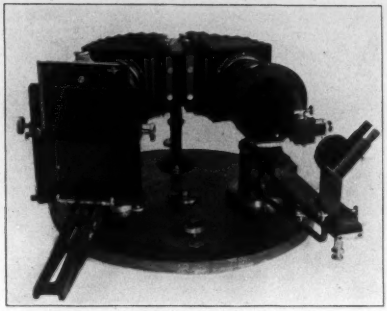


Fig. 1.

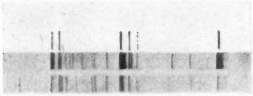


Fig. 2.

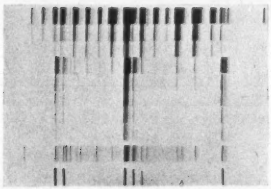


Fig. 3.

L. Vegard, Photographische Aufnahmen des Nordlichtspektrums mit einem Spektrographen von großer Dispersion.

Verlag von S. Hirzel in Leipzig.

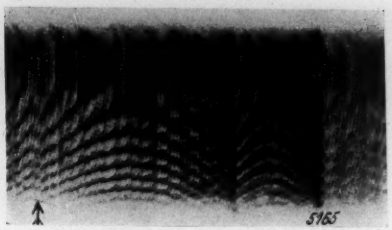


Fig. 3.

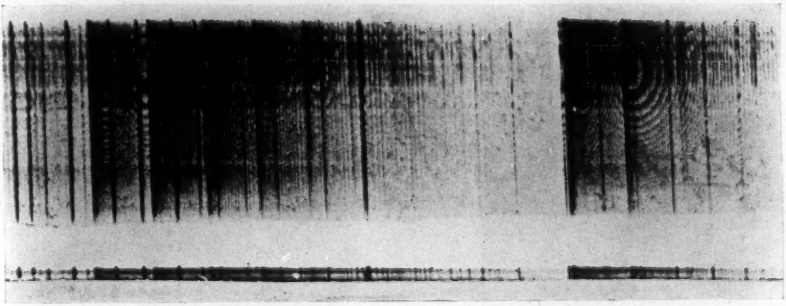


Fig. 2.

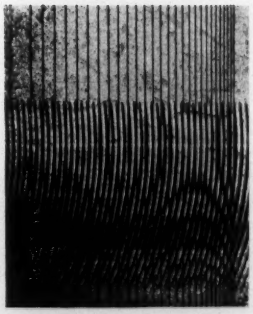


Fig. 4.

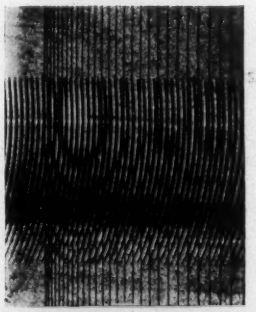


Fig. 5.

Fig. 6a.

Fig. 6b.

Fig. 7a.

Fig. 7b.

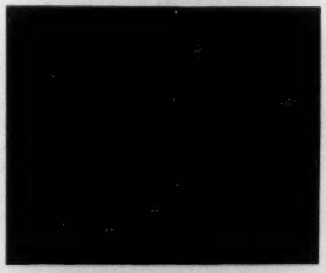


Fig. 8a.

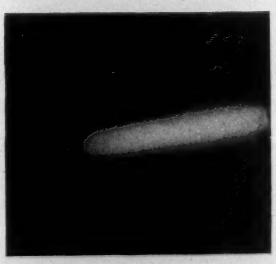


Fig. 8b.

E. Wertheimer, Messung der Stromkurve in Luft bei Ionisierung durch α- und γ-Strahlen. Verlag von S. Hirzel in Leipzig.

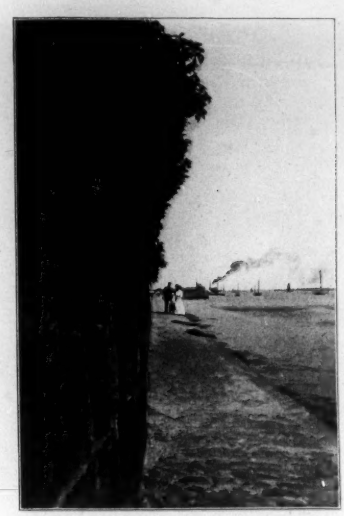


Fig. 1.

Fig. 3.

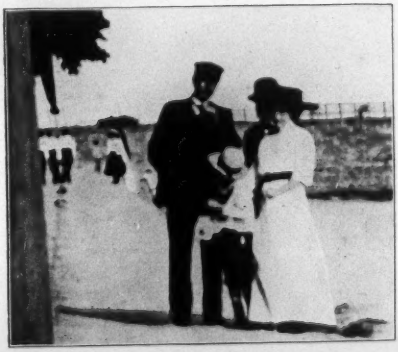


Fig. 2.

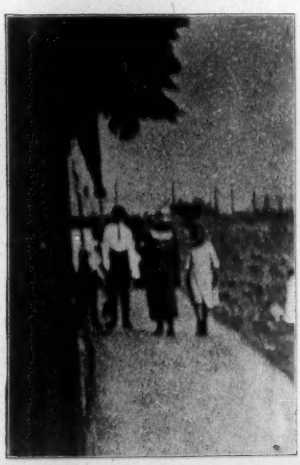


Fig. 4.